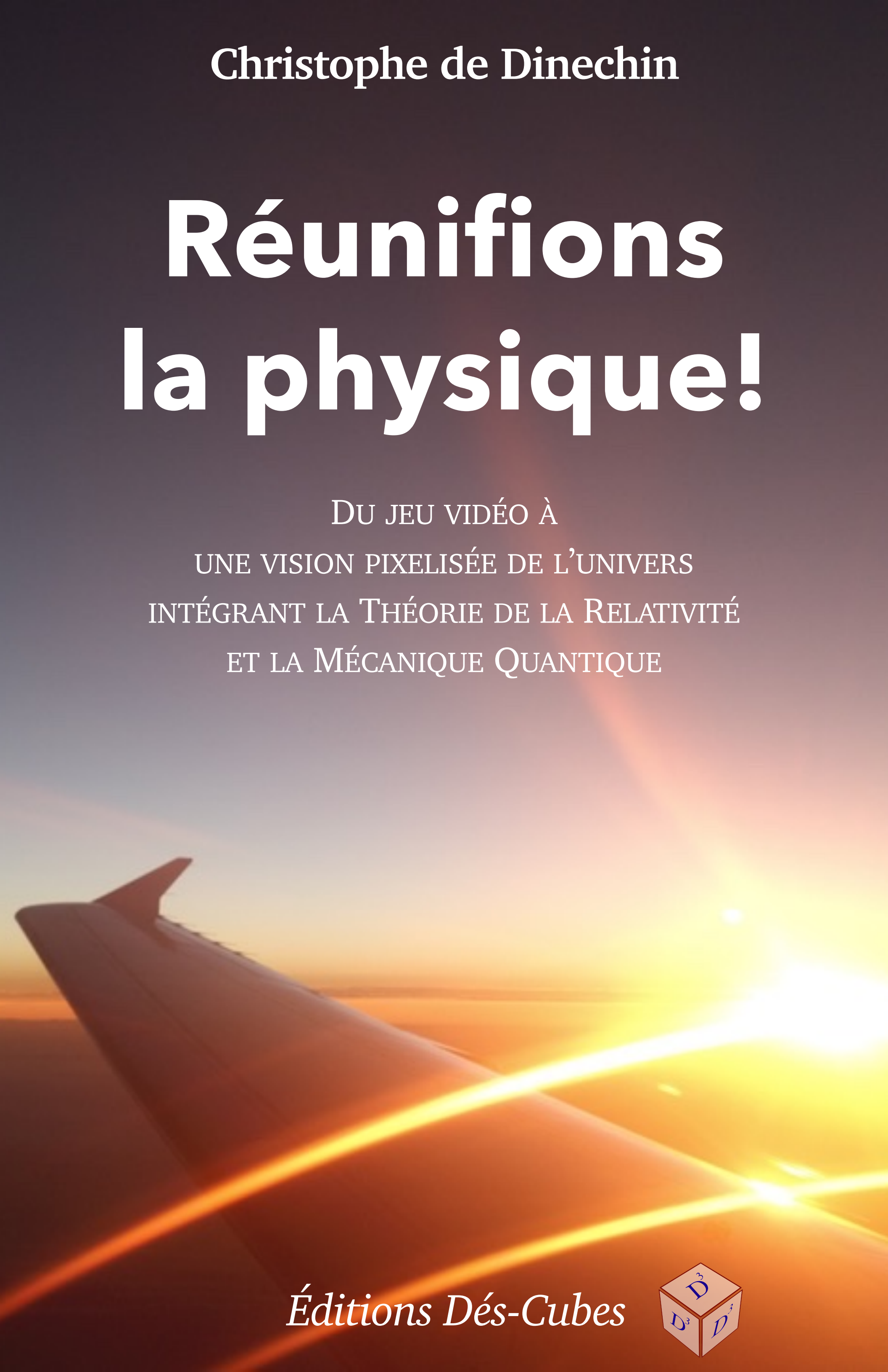


Christophe de Dinechin

Réunifions la physique!

Du jeu vidéo à
une vision pixelisée de l'univers
intégrant la Théorie de la Relativité
et la Mécanique Quantique

Éditions Dés-Cubes

Réunifions la physique!

Du jeu vidéo à
une vision pixelisée de l'univers
intégrant la Théorie de la Relativité
et la Mécanique Quantique

Christophe de Dinechin

Éditions Dés-Cubes

Ce court essai présente, de façon simplifiée et abrégée,
les idées décrites plus en détails dans
l'ouvrage en anglais du même auteur :

A Theory of Incomplete Measurements,
ISBN 979-84277-361-90.

Dépôt légal Juin 2023

ISBN 979-83948-822-34

Version 8 du 27 septembre 2023

À Christine, mon épouse, qui me soutient avec patience dans ma quête incessante de réponses improbables.

À Tanguy, Grégoire, Vincent et Marie, mes chers enfants, à qui j'espère réussir à transmettre l'amour de toutes ces merveilles extraordinaires qui nous ont été enseignées ou qu'il nous a été donné de découvrir.

À tous ceux, famille et amis, qui aiment discuter de science. En particulier à mon regretté papa préféré, qui a su éveiller ma curiosité scientifique, et qui savait à peu près tout sur tout.

À tous les lecteurs, connus ou inconnus, qui je l'espère tireront de ce petit livre une compréhension éclairée et plus intuitive de l'univers qui nous entoure.

Introduction

Depuis plus d'un siècle, la physique fondamentale se trouve dans une situation assez étrange, inconfortable au point d'être insupportable. En effet, pour pouvoir représenter et comprendre notre univers, nous avons besoin non d'une, mais de deux théories, la mécanique quantique et la relativité générale.

Ces deux théories, apparues presque simultanément au tout début du vingtième siècle, ont toutes deux été des révolutions conceptuelles, bouleversant presque complètement notre compréhension de l'espace, du temps et des briques fondamentales qui composent l'univers. Elles ont toute deux été maintes fois testées et vérifiées expérimentalement depuis leur création, de sorte que nous savons aujourd'hui que les deux sont remarquablement exactes.

Pourtant, il n'y a qu'un seul univers. Il semble un peu superflu d'avoir deux théories pour le décrire. C'est pourquoi de nombreux savants, parmi les plus brillants, se sont donc attelés à la tâche épique de construire une « théorie unifiée », c'est à dire une théorie alliant les meilleurs aspects de la relativité et de la mécanique quantique. Ces efforts ont démarré assez tôt. Ainsi, on retiendra qu'Albert Einstein lui-même a passé de longues années sur une tristement infructueuse « *théorie du champ unifié* ».

Malheureusement, et c'est là tout le problème, la mécanique quantique et la relativité générale semblent à peu près irréconciliables sur le plan mathématique. Toute tentative d'intégrer les outils et méthodes des deux approches fait apparaître des absurdités, telles que des valeurs prévues infinies là où l'expérimentation ne produit évidemment que des valeurs finies. C'est en ce sens que ces théories unifiées ne fonctionnent pas.

Le consensus est donc que ce problème est difficile, voire presque insoluble. Pourtant, je pense sincèrement l'avoir résolu. Le but de ce livre est de vous expliquer comment, et ce que je pense avoir découvert.

Bien sûr, compte tenu des échecs successifs dans le passé, une telle affirmation devrait paraître tout à fait présomptueuse, d'autant plus que je suis informaticien de profession, et non chercheur en physique. La rendre admissible requiert donc une démonstration solide et convaincante. Ce livre la fournit en partie. J'y présente une version abrégée de la *théorie des mesures incomplètes* que j'ai développée.

J'y reste délibérément au niveau de la vulgarisation. Vous ne trouverez pas dans ces pages d'équations, de graphiques, de codes informatiques ou de résultats d'expérience. Pour ceux que cela intéresse, ces éléments d'information supplémentaires sont disponibles dans un autre livre publié en anglais[1].

Vous trouverez en revanche dans ce petit exposée un résumé succinct mais presque complet de cette théorie, suivi de chapitres décrivant sa genèse, les outils utilisés,

---

1 *A Theory of Incomplete Measurements*, Christophe de Dinechin, ISBN 979-8427736190

ses principales prédictions, et surtout, de nombreuses comparaisons avec les théories antérieures, en mettant un accent particulier sur la relativité et la mécanique quantique qu'elle prétend unifier.

L'objectif de cette présentation, qui se veut à la portée de toute personne curieuse, sans exiger quelque bagage scientifique que ce soit, est de vous permettre de comprendre avec précision ce que raconte la théorie des mesures incomplètes, sans nécessairement exposer dans les moindre détails comment elle le fait.

Je vous invite donc à découvrir cette nouvelle vision pixelisée de notre univers…

Résumé de la théorie

De quelle unification parle-t-on?

Si vous ne savez pas l'expliquer simplement,
c'est que vous ne l'avez pas assez bien compris

Albert Einstein

Commençons par un survol très rapide de la théorie présentée ici, afin d'avoir une vue d'ensemble du sujet. On n'entrera pas dans le détail : le reste de l'ouvrage permettra d'élaborer et clarifier les diverses remarques et conclusions, qui seront présentées sans explication ni justification dans ce premier chapitre. La *théorie des mesures incomplètes*, puisque c'est son nom, part :

- de l'observation que la physique ne parle vraiment que de résultats de mesure, par opposition à des objets mathématiques abstraits, et
- du principe qu'on devrait pouvoir faire de la physique en utilisant n'importe quels instruments.

On déduit de cette observation et de ce principe un modèle de l'univers entièrement *discret*, par opposition au modèle *continu* à base de calcul infinitésimal utilisé depuis plus de trois siècles.

La connaissance des phénomènes y est représentée, de façon *probabiliste*, à l'aide de tableaux de nombres naturels[2] appelés *probavecteurs*, qui peuvent capturer aussi bien les résultats de l'expérience que les lois de la physique, et permettent de faire de façon statistique des prédictions quantitatives.

Cette représentation est pratiquement identique à la façon dont les ordinateurs stockent images, sons et autres grandeurs physiques, ce qui permet d'appliquer aisément les résultats de plusieurs décennies de science et de mathématiques liées à l'informatique, et fournit une alternative pratique aux équations.

La connaissance représentée ainsi s'applique à des *mesures*, qu'on définira précisément plus loin, pour bien les distinguer des nombres ou autres abstractions mathématiques. Une mesure résulte d'un choix parmi tous les processus physiques disponibles. On verra que ce choix permet un parallèle assez fascinant avec les axiomes utilisés pour définir la mécanique quantique. Cette définition des mesures que nous présenterons permettra aussi de comprendre que des phénomènes physiques réalistes ne peuvent pas fournir une image parfaite de l'univers, et qu'au contraire, leur caractère *incomplet* est essentiel à leur capacité à informer.

Pouvoir faire de la physique avec n'importe quel instrument de mesure conduit à une approche très symétrique, où toutes les quantités physiques sont sur le même plan. En particulier, il n'y a plus de continuum espace-temps servant de toile de fond universelle à tout

---

2 C'est à dire des nombres entiers positifs ou nuls.

le reste de la physique. À la place, on utilise des *mesures* d'espace et de temps, qui peuvent être aussi différentes les unes des autres que le sablier de l'horloge atomique.

Non seulement l'espace et le temps n'y sont pas vus comme continus, en accord avec ce que produisent tous nos instruments de mesure, mais plusieurs arguments suggèrent fortement que ce que nous appelons « espace » et « temps » dérivent en réalité de propriétés des forces électromagnétiques, ou des particules associées, les photons. De plus, on peut établir des corrélations entre d'autres grandeurs physiques et en déduire des lois, ce qui permet de traiter aisément des modèles physiques dans lesquels l'espace-temps n'intervient plus.

Ce nouveau modèle de l'univers est à la fois tout simple en théorie, et effroyablement compliqué en pratique.

Sur le plan théorique, les idées de base sont assez intuitives, et surtout vérifiables dans la vie courante, en particulier pour quelqu'un de notre époque, qui a vécu entouré d'appareils numériques. Il n'y a pas dans la théorie des mesures incomplètes de concept qui heurte le sens commun, contrairement à ce qui avait pu être le cas pour les explications les plus communes de la théorie de la relativité ou de la la mécanique quantique.

L'idée fondatrice de « *relativité étendue à toutes les mesures* » devrait rapidement passer pour une évidence. Il s'agit en effet simplement d'exiger qu'on puisse faire de la physique avec n'importe quel appareil de mesure, y compris s'il est imparfait, défectueux ou s'il prend son temps pour mesurer. On impose donc la condition de bon sens que si un voltmètre est cassé, l'univers, lui, continue à fonctionner, et que ses lois ne changent pas. On doit donc pouvoir traiter ce cas, tout comme celui de personnes qui trichent, de lunettes floues ou de mesures faites à une distance telle qu'on ne voit plus grand chose.

La deuxième idée centrale est que *la physique ne traite que de mesures*, et non pas de nombres ou d'autres objets mathématiques abstraits. Les propriétés des mesures, qu'on peut déduire de la définition qu'on aura donnée, jouent un rôle essentiel dans les raisonnements. Le formalisme ainsi construit ne sera du coup pas défini de façon axiomatique, contrairement à ce qui se fait pour la mécanique quantique, mais par le choix délibéré des instruments de mesure parmi tous les phénomènes physiques disponibles. Ces choix sont, on le verra, raisonnables et compatibles avec notre expérience.

De plus, en observant que tous les instruments de mesure ne donnent en pratique qu'un nombre fini de résultats possibles, on en déduira une nouvelle exigence d'abandonner de façon radicale le calcul infinitésimal et l'arithmétique continue utilisés depuis Isaac Newton. On devra les remplacer par des outils bien plus récents, ces mathématiques discrètes qui animent les circuits de tous nos merveilleux joujoux numériques.

Même le fameux continuum spatio-temporel, toile de fond de l'univers présente de façon plus ou moins explicite dans toutes les théories antérieures, devra être mis au rebut, au profit de mesures discrètes de temps et d'espace. Ces mesures n'ont rien de particulier, sinon peut être quand elles font partie intégrante de notre biologie, de ce qu'on appelle nos «*sens*», comme c'est le cas pour la vue ou l'ouïe. Dans les théories antérieures, l'espace tel que le mesure nos yeux était interprété comme ayant une existence propre. Dans la théorie des mesures incomplètes, les mesures faites par nos yeux perdent toute prééminence sur tous les autres types de mesures, par exemple les détecteurs chimiques qui se trouvent dans notre nez, ou encore la détection de la température par un thermomètre. Tous ces types de mesure se traitent à l'identique.

Enfin, la troisième idée clef, qui donne son nom à la théorie, est que les mesures physiques sont *incomplètes*. Aucune mesure ne nous donne une vision parfaite du système mesuré. Pire, alors que la physique classique cherchait à améliorer sans cesse la qualité des mesures dans une quête sans espoir d'un reste de déterminisme, la théorie présentée ici prouve, au contraire, qu'avoir une certaine dose d'incomplétude est en fait *essentiel* à une bonne mesure. En effet, un bon instrument doit, pour être utile, rester insensible à tout ce qui n'est pas mesuré. Ce n'est qu'ainsi qu'il peut extraire de l'univers l'information souhaitée et seulement elle.

Ce caractère incomplet amène tout naturellement à une représentation *probabiliste* de la connaissance qu'on obtient par la mesure. On étendra donc au domaine macroscopique ce que la mécanique quantique avait initié pour le microscopique. Cependant, on verra que la représentation probabiliste proposée est plus exacte et plus intuitive que celle de la mécanique quantique, ce qui la rend bien moins sujette à interprétations.

Sur le plan pratique la théorie des mesures incomplètes exige, dans le cas général, un traitement purement numérique. Dans certains cas particuliers, et seulement sous certaines conditions bien précises, on peut faire émerger des régularités que l'on pourra alors codifier sous forme d'équations ou de règles simples. Mais cela n'est pas toujours possible.

On peut illustrer pourquoi en considérant l'exemple aujourd'hui familier de ces images informatiques que peuvent afficher nos ordinateurs ou nos téléphones. Un programme ou une équation pour dessiner un cercle est très simple, et peut prendre moins de place que les données contrôlant les pixels représentant l'image du cercle sur l'écran. En revanche, une telle simplification n'est pas possible avec l'image d'une fleur, qui n'a pas la régularité du cercle, et où on ne pourra pas faire beaucoup plus efficace que les données brutes enregistrées par le capteur d'une caméra.

En bref, une courte équation peut représenter un cercle, mais pas une fleur, alors que des pixels, ou des probavecteurs, peuvent représenter les deux.

Bien que fondée sur une représentation numérique des mesures, la théorie présentée offre néanmoins un vrai pouvoir prédictif et explicatif. À titre d'exemple, on y modélise les phénomènes qu'on appelle ondulatoires, allant des dunes de sables aux vagues de la mer, à partir d'un algorithme informatique très classique. On n'a du coup besoin pour obtenir des ondes que de conditions préalables simples, dont nous verrons que l'on sait déjà, par l'observation ou l'expérience, qu'elles sont à la fois nécessaires et suffisantes dans la nature.

De plus, la théorie résout aussi, de façon plutôt spectaculaire, des problèmes considérés historiquement comme très difficiles, tels que la forme de la fonction d'onde ou ce qu'on appelle le « problème de la mesure » en mécanique quantique. Comme on l'a déjà évoqué, elle suggère aussi une nouvelle vision de la nature de l'espace et du temps, qui n'y sont plus que l'observation de propriétés des photons.

Finalement, la théorie des mesures incomplètes offre bien une véritable unification de la physique, au sens où la relativité générale et la mécanique quantique sont deux cas particuliers, dans des conditions précises qu'on prendra soin d'énoncer. On peut réaliser cette unification sans incohérences mathématiques parce que les problèmes qui avaient bloqué les tentatives précédentes ne peuvent apparaître que dans le cadre continu du calcul infinitésimal, mais pas dans un modèle discret.

Il faut cependant préciser dès maintenant une limite importante : certaines attentes qu'avaient la plupart des physiciens sur une « *théorie du tout* », comme on appelle souvent les théories tentant ce type d'unification, ne sont pas et ne seront pas satisfaites par la théorie des mesures incomplètes.

En particulier, non seulement on n'y trouvera pas de théorie quantique de la gravitation qui puisse être valide à l'échelle microscopique, mais on y trouvera au contraire des arguments nouveaux qui suggèrent que toute théorie quantique de la gravitation pourrait bien, comme notre fleur, rester à tout jamais irréductibles à de simples équations.

Ce n’est pas qu’on ne puisse pas construire de telles théories, mais qu’on soit dans l’impossibilité pratique de les départager par l'expérimentation. On ne pourrait pas plus classer ce type de théorie qu’on ne peut dire qu’une fleur est « plus exacte » qu’une autre, à moins, comme on le verra, d’arriver à inventer un hypothétique instrument de mesure «en virgule flottante», capable de couvrir à l’aide d’un processus physique unique les quarante ordres de grandeur qui séparent l’infiniment petit de l’infiniment grand.

Malgré cette limitation, la théorie des mesures incomplètes ouvre de nombreuses perspectives nouvelles, permettant en particulier de définir et d’étudier des systèmes qui sortent à la fois du cadre de la mécanique quantique et de la relativité. Ces systèmes ne sont en fait pas si difficiles à trouver, et nous en verrons de nombreux exemples tout au long de notre discussion.

Genèse de la théorie

Pourquoi un informaticien?

Les trois grandes vertus du programmeur sont la paresse, l'impatience et un orgueil démesuré.

Larry Wall

Il y a plus de trente ans de cela, alors que j'étais élève de Terminale C, la physique m'a lancé un défi. À une naïve question sur la relativité restreinte, mon très estimé professeur de l'époque m'avait répondu en substance « *les équations le disent* ». Jamais de ma vie je n'ai été aussi peu satisfait d'une réponse. Comment un scientifique pouvait-il concevoir que les équations soient autre chose qu'un calcul ? Comment pouvait-on affirmer y trouver une *réponse* plutôt qu'un simple *modèle* ?

Cette façon de botter en touche m'avait tellement choqué sur le moment qu'elle m'a lancé sur une quête qui dure encore. Je ne le savais pas à l'époque, mais cette attitude de mon enseignant était si commune en physique qu'on attribue, j'espère à tort, la phrase « *tais toi et calcule !* » au génial Richard Feynman, Prix Nobel de Physique et pédagogue extraordinaire.

Voici la question que j’avais posée. Lorsque deux fusées se croisent à très haute vitesse, chacune ayant à son bord une horloge, la relativité restreinte prévoit que l’horloge de l’une apparaîtra ralentie pour l’autre. C’est le phénomène, depuis maintes fois confirmé par l’expérience, qu’on appelle *dilatation du temps*.

Or, raisonnais-je à l’époque, le temps dans une fusée ne peut pas être *à la fois* plus long et plus court que le temps dans l’autre fusée. C’est à cette question que mon professeur me répondit qu’il fallait que je fasse confiance au calcul.

J’ai refusé. Non pas que je pensais que le calcul soit faux, ou que les preuves expérimentales déjà connues à l’époque étaient invalides, mais plutôt que je voulais *comprendre* et pas juste *calculer*. Il était hors de question que je fasse confiance aveuglément à une équation, puisqu’il est si facile de transformer une équation juste en une autre qui y ressemble mais est totalement fausse.

Il m’a fallu quelques années, et puis à force d’efforts, j’ai *compris* la relativité. J’entends par là que je n’avais plus besoin des équations pour décrire et expliquer, au moins de façon qualitative, les expériences relativistes. Le fait d’avoir compris me permit de faire quelque chose d’extraordinaire : expliquer la relativité restreinte à un très large public. Pas de mathématiques, une petite voiture ou un bout de bois me suffisent en général pour illustrer ce que je raconte. Si je ressens le besoin d’expliquer *quantitativement*, le bon vieux théorème de Pythagore, que l’on enseigne aux enfants, est toutes les mathématiques dont j’ai besoin.

Mon explication, vous le verrez, élimine totalement le paradoxe apparent dans l'histoire de fusées qui se croisent, cette fameuse colle que j'avais présentée à mon professeur.

Il me faut souligner que ma présentation des choses est *mathématiquement équivalente* à la formulation plus traditionnelle donnée par Albert Einstein. Du reste, ce modèle mental est d'ailleurs devenu aujourd'hui si commun qu'on peut le reconnaître sur Wikipedia en cherchant un peu[3]. Bien sûr, à l'époque, il n'y avait pas Wikipedia et le web restait à inventer. Je peux donc dire honnêtement avoir découvert, ou plus exactement redécouvert, cette façon de comprendre ce qui se passe vraiment lorsqu'on décrit un phénomène relativiste.

Cette compréhension plus fine des changements de coordonnées a eu un effet indirect un peu surprenant. Elle m'a permis de développer et publier pendant mes études un des premiers jeux videos en 3D, *Alpha Waves*, listé au Livre des Records[4]. Là encore, j'avais découvert, ou plutôt redécouvert quelques propriétés de notre univers, juste assez pour les simuler approximativement. Ce jeu était un peu comme une version ultra-primitive du type de simulation décrite dans le film à grand succès *The Matrix* : on pouvait interagir avec tous les objets d'un monde virtuel très grossier, qu'à l'époque j'imaginais être à peu près celui des schtroumpfs.

---

[3] Par exemple ici : https://fr.wikipedia.org/wiki/Transformations_de_Lorentz#Présentation_comme_rotation_hyperbolique

[4] https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/89373-first-3d-platform-videogame

Comme vous le verrez, ce thème de la simulation d'univers, que j'appellerai par la suite juste *The Matrix* pour simplifier, fut curieusement récurrent pour moi.

Lorsque je présentai le prototype de ce jeu en 3D à la société Infogrames, j'eus la surprise de voir mes interlocuteurs appeler rapidement le directeur technique de la compagnie, qui se mit à jouer avec, manifestement sans trop en croire ses yeux. Dans mon souvenir, il est resté « scotché au joystick » pendant un temps qui m'a paru interminable. Ce n'est qu'à ce moment là que j'ai compris la valeur du code que j'avais écrit.

Personne à l'époque ne savait vraiment faire de la 3D interactive convaincante. Les machines de l'époque étaient tout simplement trop lentes. Infogrames, avec ses nombreux programmeurs extrêmement talentueux, était bien placée pour savoir ce qui se faisait de mieux sur le marché. Ce que je leur présentais était bien supérieur à l'état de l'art[5], et animerait d'ailleurs plus tard en partie leur premier très gros succès, le superbe *Alone in the Dark* de Frederick Raynal, un programmeur exceptionnel qui avait adapté mon travail pour les IBM PC, et qui est et sera toujours un bien meilleur concepteur de jeu vidéo que moi.

Bref, le jour où j'amenai mon prototype à Infogrames, je me retrouvai dans la situation curieuse d'être, selon toute évidence, à peu près seul au monde à maîtriser ou à comprendre quelque chose de grande valeur. J'ai le sentiment de me retrouver dans la même situation avec les idées présentées dans ce livre.

---

5 https://grenouillebouillie.wordpress.com/2007/11/09/the-dawn-of-3d-games/

Entre temps, la physique m'avait lancé un deuxième défi. J'avais en effet commencé à étudier la mécanique quantique. Le même fameux Richard Feynman, qui avait décidément le sens de la formule, avait affirmé, de façon vérifiable cette fois[6], que « *personne ne comprend la Mécanique Quantique* ». À en croire les cours que j'avais commencé à suivre à l'époque, ça pouvait fort bien être vrai. Ces histoires bizarres autant qu'étranges d'effet tunnel ou de chat de Schrödinger, cela me paraissait à vrai dire assez extraordinairement flou. Pourtant, là encore, les équations semblaient tout à fait bien marcher, rendant possible des applications aussi diverses que l'électronique ou le laser.

Il m'a fallu beaucoup plus longtemps pour maîtriser un tout petit peu les concepts fondamentaux de cette discipline. Les outils mathématiques étaient à la fois similaires à ce que je connaissais, et en même temps utilisés de façon entièrement différente. Par ailleurs, là où la relativité était principalement le travail d'un seul individu, la mécanique quantique, elle, était le fruit d'une intense collaboration. Tant de façons différentes de décrire les mêmes choses ! Tellement d'intelligence individuelle et collective dans tous ces échanges ! Et en même temps, tellement d'obscurité, qui se manifestait par exemple par le nombre incroyable *d'interprétations* de la mécanique quantique[7], encore aujourd'hui quasi impossibles à départager.

---

[6] En anglais dans la vidéo suivante : https://www.youtube.com/watch?v=w3ZRLllWgHI

[7] Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Interprétation_de_la_mécanique_quantique

Avoir à peu près compris, au moins dans les grandes lignes, ces deux théories de l'univers était certes assez gratifiant. Mais comme beaucoup de scientifiques, je me demandais quand même avec insistance pourquoi il en fallait *deux*. Après tout, il n'y a qu'un seul univers, et donc une seule théorie aurait bien dû suffire… Là où la relativité s'intéresse à l'infiniment grand et aux très grandes vitesses, la mécanique quantique, elle, s'occupe plutôt de l'infiniment petit. Les domaines d'application sont donc assez disjoints pour que le problème soit plus théorique que pratique, mais cela reste néanmoins très gênant sur le plan intellectuel.

Einstein lui-même s'était d'ailleurs cassé les dents sur ce problème, avec sa tristement célèbre théorie du champ unifié[8], qu'il avait développée des années sans grand succès. Il est loin d'être le seul. Après plusieurs décennies de tentatives infructueuses, l'unification des grandes lois de la physique a fini par devenir un serpent de mer de la science, un sujet tellement tabou qu'on n'en parle pratiquement que pour le ridiculiser. L'état de l'art selon Wikipedia[9] est le suivant :

> *Les physiciens théoriciens n'ont pas encore formulé une théorie à la fois cohérente et généralement acceptée qui combine la relativité générale et la mécanique quantique pour former une théorie du tout. […] La théorie résultante n'est pas renormalisable[10]. L'incompatibilité des deux théories reste un problème non résolu de la physique.*

8 Voir https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/bewi.202000007

9 Traduit de https://en.wikipedia.org/wiki/Unified_field_theory (15 mars 2023)

10 La renormalisation permet d'ajuster une théorie aux observations

Ce sujet de l'unification, devenu pratiquement interdit à force d'échecs, était pourtant le seul qui m'intéressait vraiment. Mon diplôme d'ingénieur en poche, je me suis posé la question d'un doctorat en physique. Mais dès que je parlais de ce que je voulais étudier, au mieux on me riait au nez. À la place, on ne proposait que des sujets d'étude que je me souviens d'avoir qualifié à l'époque de «*coupage de cheveux en quatre, dans le sens de la longueur*». Ma carrière de chercheur en physique s'est donc arrêtée avant même d'avoir commencé.

Bien m'en a pris. Je sais aujourd'hui, pour avoir fait depuis tout le trajet, que non seulement je n'avais pas à l'époque le bagage nécessaire pour découvrir la solution à ce problème, ou même partir dans la bonne direction, mais qu'il me faudrait au final, pour acquérir et bien maîtriser tout le savoir requis, plus de dix fois le temps normalement alloué à une thèse de doctorat. Surtout, le jeune homme que j'étais alors ne pouvait pas imaginer qu'il me faudrait, pour acquérir toutes ces connaissances, parcourir une carrière très atypique et un peu zigzaguante, qui me ferait devenir, pas après pas, expert dans plusieurs domaines disjoints parmi les plus pointus de l'informatique.

Curieusement, toutes ces étapes de mon parcours se sont avérées au final si essentielles au développement de la théorie des mesures incomplètes que cela me donne envie d'y reconnaître le doigt de la Providence. En effet, j'ai eu le privilège de travailler successivement dans les systèmes de simulation en temps-réel, puis les instruments de mesure, les langages de programmation, la virtualisation de gros systèmes, la 3D interactive, pour finir par la photographie numérique. Or chacune de ces grandes étapes a apporté sa petite pierre à l'édifice que je présente dans ce livre.

Même le tout premier programme informatique que j'ai vendu à l'âge de 14 ans a joué un rôle. Ce petit bout de programme, que je pense aujourd'hui disparu, était un ensemble de routines graphiques pour le Sinclair ZX Spectrum. Un des algorithmes centraux, dont j'ai appris depuis qu'il avait été originalement développé par Jack Bresenham[11], permettait de tracer des cercles ou des ellipses des centaines de fois plus vite que ne le faisait l'interpréteur BASIC intégré dans la mémoire morte de la machine. J'avais trouvé cet algorithme après avoir analysé le fonctionnement de la routine de tracé de lignes développé par les ingénieurs de Sinclair, et compris qu'on pouvait en étendre le principe pour tracer des courbes très rapidement, en ne faisant que des additions et des comparaisons en nombres entiers, c'est à dire des opérations très peu coûteuses même sur un micro-ordinateur 8-bits. Dans la théorie des mesures incomplète, ce sont ces mêmes algorithmes réalisés par des processus physiques dans la nature qui expliquent l'émergence de tous les phénomènes ondulatoires, dès lors qu'on peut trouver une opération physique faisant une addition et une autre réalisant une comparaison.

Un deuxième programme de jeunesse dont j'étais à l'époque assez fier était un un clone pour Atari ST d'un

---

11 https://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme_de_tracé_d'arc_de_cercle_de_Bresenham

programme appelé TK!Solver[12], qui ajoutait à l'original les calculs en nombres complexes. Je me souviens d'avoir présenté ce programme à la Fnac, et avoir été très déçu, voire vexé, quand un étudiant plus âgé, ayant regardé mon programme, m'avait expliqué doctement que l'algorithme que j'étais si fier d'avoir (ré)inventé s'appelait en fait Newton-Raphson[13], ce qui le rendait donc vieux de plusieurs siècles ! Ce programme, ou plutôt l'algorithme qu'il utilisait, joue lui aussi un rôle dans la théorie des mesures incomplètes, puisqu'il offre un mécanisme simple permettant à l'univers de trouver des solutions par convergence.

Après mes études, la première société où j'ai été salarié, Axlog Ingénierie, avait pour produit phare un simulateur de systèmes temps réel. Ce programme était un peu comme *The Matrix* pour de tels systèmes, en ce qu'il présentait un environnement d'exécution à une application où le temps lui-même était simulé, de telle façon que l'application testée n'en savait rien, ce qui permettait de la mettre au point, de la ralentir ou de la suspendre en pleine activité. Le modèle du temps dans la théorie des mesures incomplètes, et en particulier l'idée d'avoir plusieurs horloges indépendantes et de les corréler, a probablement germé de façon plus ou moins consciente à cette époque.

J'ai ensuite rejoint Hewlett-Packard à Lyon, et plus précisément un laboratoire appelé LISO (acronyme de *Lyon Instrument Systems Operation*), qui développait des

---

12 https://en.wikipedia.org/wiki/TK_Solver

13 https://fr.wikipedia.org/wiki/Méthode_de_Newton

systèmes de mesure temps-réel à la pointe de ce qu'on savait faire à l'époque. J'y ai développé en particulier un produit appelé HP ECUTEST, qui simulait une voiture du point de vue de l'électronique de contrôle moteur (*Engine Control Unit* ou ECU en anglais). Ce système était, vous l'aurez peut être deviné, comme *The Matrix* pour les ECU. Une de mes grandes fiertés a été de trouver un défaut dans le logiciel des Renault Mégane qui les faisait caler au feu rouge si les vibrations du chassis n'étaient pas détectées par la pédale d'accélérateur.

Ce système tournait lui aussi autour d'horloges multiples, mais les horloges liées à la rotation moteur n'avaient plus aucune relation simple avec celles liées au temps « normal ». Ce travail a formé ma compréhension du rôle central de l'étalonnage, de l'existence d'unités de mesure naturelles, et m'a familiarisé avec tous les problèmes liés à l'échantillonnage, aux changements d'échelle ou encore aux analyses de corrélation.

L'étape suivante de mon parcours m'a amené en Californie, au *California Language Lab* (CLL) de Hewlett-Packard, référence mondiale à l'époque en matière de compilateurs[14]. Durant cette période, j'ai initié l'élaboration d'une interface binaire pour l'exécution du langage C++ qui est encore utilisée aujourd'hui[15]. C'est là bas que j'appris la notion de *spéculation*, qui permettra à la théorie des mesures incomplètes d'analyser les systèmes dynamiques à plusieurs branches, comme un

---

14 Un compilateur traduit un langage de programmation en instructions machine.

15 Voir https://github.com/itanium-cxx-abi/cxx-abi

cours d'eau, où toutes les trajectoires possible ne se valent pas. Dans un microprocesseur, la spéculation est devenu une technique fondamentale pour améliorer la performance et l'efficacité.

À la fin de l'année 2000, j'ai démarré un projet de système d'exploitation qui deviendrait *HP Integrity Virtual Machines*[16], plateforme de virtualisation pour gros serveurs d'entreprise à base de processeurs Itanium. J'y ai travaillé dix ans et déposé une douzaine de brevets. On peut y voir cette fois-ci *The Matrix* pour les systèmes d'exploitation, les enfermant dans une boîte logicielle qu'ils ne peuvent pas distinguer d'un vrai ordinateur. Les contributions de ce projet à la théorie des mesures incomplètes incluent la notion d'irréversibilité, celle d'erreur tolérable, les algorithmes d'intégration discrète, ou encore la définition de ce qui rend deux phénomènes indiscernables.

En 2010, j'ai lancé ma propre petite société appelée Taodyne, où nous avons développé un logiciel de 3D interactive appelé Tao3D[17]. J'y ai appris comment nous percevions le relief, mais aussi et surtout une quantité de techniques modernes de rendu 3D qui m'ont petit à petit amené au concept de probavecteur dans la théorie des mesures incomplètes. En particulier, cela m'a fait comprendre qu'ils peuvent être vus soit comme des données, soit comme des lois. Avec un collègue, Baptiste Soulisse, nous y avons développé, sans le réaliser à l'époque, un modèle ondulatoire discret qui deviendrait

---

16 Voir https://en.wikipedia.org/wiki/HP_Integrity_Virtual_Machines

17 Voir https://tao3d.sourceforge.net

la base de la façon dont les ondes sont comprises et modélisées dans la théorie des mesures incomplètes.

Pour finir, quelques années plus tard, j'ai rejoint la société DxO pour y participer à la mise au point d'une caméra appelée DxO ONE. Cela m'a fait découvrir le riche univers de l'optique et du traitement numérique des images. En particulier, j'ai appris le fonctionnement des capteurs, leur étalonnage, et la relation avec notre perception biologique des couleurs. L'influence sur la théorie des mesures incomplètes inclut la répétition dans l'espace de mesures identiques comme les cellules individuelles d'un capteur CCD, et surtout l'utilisation de probavecteurs pour remplacer la fonction d'onde de la mécanique quantique. J'ai aussi réalisé qu'il existait une différence fondamentale entre modèles continus et discrets concernant la réversibilité des transformations. Cela m'a permis de considérer la perte de résolution avec la distance comme un exemples simple soulignant une faiblesse théorique à la fois évidente et difficile à nier des théories antérieures.

Du coup, lorsque j'ai rejoint la société Red Hat en 2017, pour travailler à nouveau sur divers domaines liés à la virtualisation, la théorie des mesures incomplètes était à peu près finalisée, et il ne restait guère plus qu'à la mettre par écrit. Cela fut fait avec la publication l'an dernier d'un livre assez volumineux décrivant la théorie dans le détail, avec de nombreux exemples[18]. L'ouvrage que vous tenez entre les mains résume ce travail.

---

18 *A Theory of Incomplete Measurements*, déjà cité

En conclusion, la théorie des mesures incomplètes n'est pas une idée isolée ou juste tirée d'un chapeau, mais bien le fruit d'une recherche qui a duré presque trente ans. Cette recherche a certes eu lieu en dehors des circuits académiques normaux, loin des sentiers battus de la physique théorique. Mais elle n'a pas pour autant été totalement en roue libre. L'informatique est en effet un cadre exigeant, très technique, où ce qui ne marche pas se détecte très vite, et où on appelle « bug » les théories qu'on a insuffisamment testées.

C'est pour cela que j'ai l'audace de présenter mes travaux, que je considère maintenant non pas comme terminés, mais comme assez élaborés pour pouvoir être partagés et diffusés de façon utile. Après tout, le risque collectif est inexistant, la communauté des physiciens elle-même admettant, à en croire Wikipedia, n'avoir pour l'instant rien de mieux à proposer...

Physique et Mathématiques

Mettre l'univers en équations?

Ce qui se conçoit bien s'énonce clairement,
et les mots pour le dire viennent aisément

Nicolas Boileau

Depuis Isaac Newton, nous mettons notre monde en équations, et cela marche très bien. Presque trop bien, même, comme le faisait remarquer Eugene Wigner, Prix Nobel de physique, dans un célèbre article[19]. Grâce aux mathématiques, on peut aussi bien prévoir les divers mouvements des planètes que la puissance d'un moteur ou encore, plus simplement, le temps qu'il faudra pour aller en voiture chez grand-maman.

Pourtant, il y a un vrai problème philosophique à procéder ainsi. En effet, les mathématiques traitent d'objets abstraits, parfaits, comme le nombre 2, avec parfois des propriétés qui sortent de l'ordinaire. Ainsi, vous le savez sans doute, le nombre π, le rapport entre

---

[19] *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences*, accessible en ligne à l'adresse https://web.archive.org/web/20210212111540/http://www.dartmouth.edu/~matc/MathDrama/reading/Wigner.html

la circonférence d'un cercle et son diamètre, s'écrit avec une infinité de décimales sans répétitions. C'est un nombre *irrationnel*. Cela, on ne peut pas l'observer dans la nature, pour la simple raison qu'on n'aura jamais le temps d'énoncer un nombre infini de décimale. Et pourtant, les cercles existent, non?

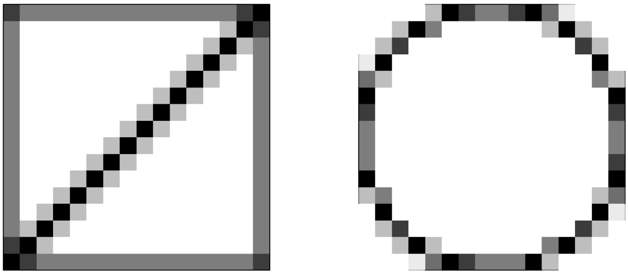
Le carré et le nombre deux suffisent à exposer un problème similaire, déjà connu des anciens grecs[20] et leur posant une vrai énigme philosophique. En effet, par simple application du théorème de Pythagore, la longueur de la diagonale d'un carré de coté unité est, elle aussi, un nombre irrationnel, qu'on écrit $\sqrt{2}$. Or là aussi, les carrés existent dans la nature, et il semble tout à fait absurde qu'il faille énumérer ou bien calculer une infinité de décimales juste pour pouvoir évaluer la longueur de leur diagonale.

La réponse qu'apporte la théorie des mesures incomplètes à cette petite énigme toute simple est surprenante. Elle nous dit tout simplement que non, en fait, les vrais cercles ou les vrais carrés n'existent pas dans la nature. Tout ce que la nature peut nous offrir, ce sont des *approximations* de cercles ou de carrés.

Vous pouvez du reste le vérifier par vous même avec votre ordinateur et une simple loupe. Si vous regardez de très près votre écran, vous verrez que les cercles ou les carrés qu'on y voit ressemblent en fait à quelque chose comme ce qui est représenté dans la figure ci-contre.

---

[20] Voir http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Nombre/Rac2.htm



Carrés et cercles pixelisés sur un écran d'ordinateur

Là où certains chercheurs en physique comme Max Tegmark affirment que l'univers est mathématique[21], la théorie des mesures incomplètes prend l'exact contre-pied, et affirme que les mathématiques sont *dérivées*, un modèle *simplifié* de l'univers.

Ce que nous voyons dans la nature, ce sont donc des pseudo-cercles ou des pseudo-carrés, qui ressemblent d'une façon ou d'une autre à ce que nous pouvons tracer sur l'écran, avec des aspérités et des irrégularités qui les éloignent notablement de l'idéal mathématique. Pour nous simplifier la vie, nous préférons le modèle mental simple du cercle ou du carré parfait, mais ce n'est en vérité qu'une représentation symbolique, qui masque la remarquable complexité du réel.

On pourrait objecter que seuls les objects physiques composé de matière ou d'atomes présentent ce genre d'irrégularité. Ne peut on pas éviter la difficulté en considérant l'espace ou le temps purs, et non les grossiers objets imparfaits qui s'y trouvent ? Certes, utiliser un

21 Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Hypothèse_de_l'univers_mathématique

double décimètre ne permet pas de mesurer toutes les décimales de la diagonale, mais est-ce que ce n'est pas juste une limitation du double décimètre? Après tout, il suffit de mesurer avec un instrument plus précis pour avoir quelques décimales de plus.

En fait, cette idée que les distances ou les durées qu'on mesure ne sont qu'une *approximation* d'une réalité sous-jacente infiniment précise n'est pas si ancienne. Elle peut raisonnablement être attribuée à Isaac Newton, et plus précisément au *Scholium*[22] de *Philosophiæ naturalis principia mathematica*[23]. Dans ce texte, Newton distingue ce qu'il appelle le *temps absolu,* qu'il qualifie de *vrai et mathématique*, du *temps vulgaire* tel qu'on peut le mesurer avec une horloge. Il fait de même avec l'espace.

Le coeur de l'argument de Newton est que, si on s'intéresse à la trajectoire d'un ballon au dessus d'un terrain de football, ce qui compte vraiment, c'est ce qui reste quand on *enlève* le terrain et le ballon. Ce qui reste, c'est l'espace et le temps, qui sont supposés être là même en l'absence de tout ballon et de tout terrain.

Instinctivement, cela paraît assez astucieux et tout à fait justifié. En effet, si je m'intéresse à la position du ballon de façon objective, afin de pouvoir le traiter mathématiquement, il faut bien que j'admette que ce ballon puisse être ou bien à un endroit, ou bien à un autre. Or, si il se trouve à un certain endroit, il n'est pas ailleurs, ça paraît évident. En revanche, cet ailleurs, lui, continue à exister, même sans ballon.

---

22 En anglais ici : https://plato.stanford.edu/entries/newton-stm/scholium.html

23 https://fr.wikipedia.org/wiki/Philosophiæ_naturalis_principia_mathematica

De là à en déduire qu'on n'a pas besoin du ballon pour pouvoir considérer tous les « ailleurs », il n'y a qu'un tout petit pas logique. Et cet ensemble d'endroits qui n'ont nul besoin de ballon ou de terrain de football pour exister, mais qui peuvent néanmoins servir à repérer les ballons, le terrain et tous les objets qui s'y trouvent, c'est cela que Newton va appeler l'*espace vrai*. Un raisonnement analogue permet de remplacer le temps des horloges par un *temps vrai*, que nous avons depuis qualifié d'*absolu*. Temps et espace deviennent alors infiniment précis, et continuent à exister même si on supprime toutes les horloges et tous les objets.

❖

Albert Einstein reprendra ces hypothèses à son compte dans ses propres travaux, en les explicitant et en les solidifiant un peu sur le plan mathématique.

Sans doute avez vous entendu parler du *continuum spatio-temporel*, une terminologie chère aux auteurs de science-fiction. Ce vocabulaire trouve ses racines dans les écrits d'Einstein, en particulier au chapitre 24 de son livre de vulgarisation très populaire, *La Relativité*[24]. J'en reparlerai plus loin.

Le terme *continu* désigne en mathématiques un type d'espace infiniment précis, où l'on peut s'approcher infiniment près de n'importe quel point. Dans un tel espace, un *continuum*, il n'y a aucun problème pour le mathématicien à calculer avec une belle infinité de décimales. On peut donc, dans un espace vrai au sens

---

24 En anglais ici : https://www.bartleby.com/173/24.html

de Newton, précisément décrire un carré de coté unité, et affirmer que la diagonale a une longueur qui est, de façon exacte, la racine carrée de deux. De même, dans un tel espace, on peut calculer le périmètre d'un cercle de diamètre unité, et affirmer qu'il s'agit du nombre π.

Toute la théorie de la relativité est basée sur un tel espace-temps continu, qui existe indépendamment de ce qu'il contient. La relativité générale, c'est à dire la deuxième itération de la théorie d'Albert Einstein, qu'il a publiée en 1915, permet à cet espace-temps de devenir flexible, de se déformer, de se courber, sous l'influence de la matière et de l'énergie. C'est avec ce modèle que nous comprenons le mieux la gravitation aujourd'hui, comme une déformation de l'espace-temps due à la présence de matière ou d'énergie. Mais même devenu déformable, l'espace-temps courbe d'Einstein n'a besoin ni d'énergie ni de matière pour *exister*.

La mécanique quantique, elle aussi, sera construite sur les mêmes bases mises en place par Isaac Newton. En mécanique quantique comme en relativité et dans la lignée de Newton, la lettre x va indiquer une position dans l'espace, et la lettre t une position dans le temps. Pour la quasi-totalité des physiciens aujourd'hui, ces lettre dénotent des *variables* qui représentent ce que les mathématiciens appellent des *nombres réels*. L'ensemble des nombres réels inclut les nombres irrationnels comme π et $\sqrt{2}$. Dans ce modèle, comme dans le continuum d'Einstein, il n'y a donc absolument aucun problème à calculer la diagonale d'un carré ou la circonférence d'un cercle, voire à utiliser de façon explicite des nombres irrationnels dans la modélisation.

Tout cela marche d'ailleurs très bien, tant sur le plan théorique qu'expérimental. Cela marche si bien qu'il semble futile de le questionner. C'est pourtant bien cette hypothèse d'Isaac Newton que nous allons devoir remettre en cause.

❖

Si l'hypothèse du temps et de l'espace continus était vraie, on devrait pouvoir améliorer la précision des mesures sans limite, et ce faisant, s'approcher aussi près que souhaité de l'espace et du temps vrais. De la même façon, changer d'échelle ne poserait aucune difficulté particulière. Or dans les deux cas, l'univers ne se comporte pas comme on pourrait le prévoir.

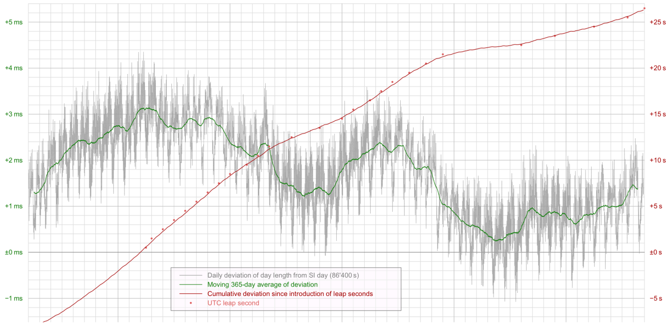
Considérons par exemple la durée d'un jour. Cette durée est définie, au départ, à partir d'une observation astronomique simple, le mouvement apparent du soleil dans le ciel. La plupart des gens aujourd'hui admettent que cette observation dérive de la rotation de notre planète sur elle-même.

Nous avons aussi des instruments de mesure du temps beaucoup plus précis que le cadran solaire. Ainsi, nous savons mesurer la durée d'une seconde, et sachant qu'il y a 24 heures dans une journée, 60 minutes dans une heure, et enfin 60 secondes dans une minute, deux multiplications nous permettent de déduire avec brio qu'un jour vaut 86400 secondes.

Nous avons des instruments encore plus précis que cela. Ainsi, nous savons mesurer des durées en nanosecondes, c'est à dire en milliardièmes de secondes. Le moindre ordinateur aujourd'hui utilise des fréquences d'horloge qui se comptent en gigahertz, ce qui veut dire en pratique que votre téléphone est cadencé au rythme de quelques milliards de coups d'horloge par seconde. C'est cela qui lui permet d'exécuter avec vélocité les milliards d'opérations dont nous avons besoin pour pouvoir visionner de façon fluide des vidéos de chatons mignons.

Puisqu'on parle de milliardièmes de secondes, une autre multiplication toute simple nous permet de dire qu'une journée fait 86400 milliards de nanosecondes. Et c'est là que ça se corse un peu, et que l'univers décide de nous mettre des bâtons dans les roues.

En effet, si on mesure la durée d'une journée avec une horloge atomique capable de mesurer des durées avec une précision de l'ordre du milliardièmes de seconde, on n'obtient pas du tout un beau résultat bien lisse et bien continu. Au lieu de cela, on obtient la courbe ci-dessous[25] :



Déviation observée de la durée du jour

---

25 Voir https://en.wikipedia.org/wiki/File:Deviation_of_day_length_from_SI_-day.svg

Ce type de courbe est ce que les ingénieurs appellent du *bruit*. C'est en gros une séquence de nombres à peu près aléatoires. Les phénomènes physiques à prendre en compte à ce stade incluent les mouvements de fluides sous la croûte terrestre, l'influence des autres planètes du système solaire, et quantité d'autres inconnues. Bref, le modèle simple (simpliste ?) ne marche plus, et on ne connaît en fait plus rien du tout.

D'autres raisonnements de changement d'échelle, poussés à la limite, conduisent tous au même genre d'absurdité. Par exemple, je peux trouver le temps qu'il faut pour aller quelque part en divisant la distance par la vitesse de la voiture. Si la distance est de 120km et que la vitesse est de 60km/h, il me faudra deux heures pour faire le trajet. C'est une opération arithmétique toute simple. Mais que vaut ce raisonnement si cette distance est quelques milliards de fois plus grande que la dimension de l'univers connu ? Là encore, le modèle simpliste déraille, et on ne sait plus dire quoi que ce soit de raisonnable en l'utilisant.

Pourtant, mathématiquement, la division de ces nombres gigantesques ne pose aucun problème. Ce n'est donc pas du coté des mathématiques que vient le problème, mais bien de la physique. Physiquement, l'opération n'a plus de sens. L'univers n'est simplement pas assez grand lorsqu'on pousse les équations à leurs limites, même les plus simples.

Il y a donc une vraie différence entre la variable x qu'on place dans l'équation, qu'on peut multiplier ou diviser autant qu'on veut, et les observations qu'on peut faire en réalité, où des limites physiques apparaissent très vite, que les équations sont incapables de prévoir.

❖

Surtout, ce qui est plus grave, c'est que cela prouve que les lois de l'univers n'obéissent pas aux règles les plus fondamentales et les plus simples des mathématiques. Par exemple, nous avons calculé la durée d'un jour en secondes, établissant ainsi une première égalité. Nous avons pris la définition qui indique le nombre de nanosecondes dans une seconde, une deuxième égalité. Mais nous avons ensuite constaté que le nombre de nanosecondes dans un jour ne *pouvait pas* se déduire avec exactitude des deux égalités précédentes.

C'est une véritable catastrophe d'un point de vue mathématique, car cet exemple tout simple prouve que l'égalité en physique *n'est pas transitive*. Et ça, ça tue les maths, point final.

En effet, la transitivité est une propriété tout à fait fondamentale de l'égalité mathématique, qui exprime que si $a = b$ et $b = c$, alors $a = c$. Cette propriété est tellement essentielle qu'elle fait partie de la *définition* mathématique de l'égalité. En effet, en mathématiques, l'égalité est une relation d'équivalence, ce qui veut dire qu'elle doit être réflexive, symétrique et transitive.

Or dans nos exemples, nous avons :

$$1\text{j} = 86400\text{s}$$

$$1\text{s} = 10^9\text{ns}$$

$$1\text{j} \neq 86400 \times 10^9\text{ns}$$

Parler de catastrophe n'est pas du tout une exagération. Aucun raisonnement mathématique, aucun théorème ne tient plus si cette propriété centrale de l'égalité n'est pas garantie dans les faits.

Malheureusement, si on y regarde d'un peu plus près, beaucoup de propriétés tout aussi fondamentales des mathématiques explosent de la même façon dès qu'on les confronte à l'univers. Par exemple, on peut toujours ajouter 1 en mathématiques, mais pas en physique, où il y a un nombre maximal même pour les atomes, les grains de sable ou les étoiles dans le ciel. Autre exemple : en mathématiques, un nombre est égal à lui-même, mais en physique, si vous mesurez quelque chose deux fois, vous pouvez obtenir deux résultats légèrement différents. Plus on y réfléchit, plus de tels exemples s'accumulent.

Bref, les mathématiques sont un bien piètre modèle de l'univers ! Comment sauver nos pauvres physiciens ?

❖

À ces problèmes, la théorie des mesures incomplètes propose une solution radicale, mais très simple : il n'y a pas d'autre réalité physique que ce qu'on peut *mesurer*. En particulier, il n'y a donc ni temps vrai ni espace vrai, mais seulement des *mesures* d'espace et de temps, plus précisément de distance et de durée.

Les mesures ainsi faites peuvent bien entendu être corrélées entre elles. Ainsi, deux horlogers s'arrangeront le plus souvent pour que leurs horloges donnent à peu près la même heure. C'est une opération que nous faisons d'ailleurs presque quotidiennement, quand nous remettons une pendule à l'heure – ou, de façon plus moderne, quand nos téléphones effectuent cette remise à l'heure automatiquement grâce à NTP[26], un protocole informatique de synchronisation assez remarquable. Dans le cas le plus général, on parle d'*étalonnage*[27] pour décrire ces procédures de mise en accord d'instruments de mesure distincts. Mais un étalonnage *n'est pas* une égalité. Le temps donné par deux horloges n'est jamais exactement le même.

En réalité, dès lors que deux mesures font intervenir des processus physiques *distincts*, toutes les corrélations qu'on peut observer sont, dans l'absolu, *arbitraires*, comme nous l'avons vu précédemment avec l'exemple de la durée du jour mesurée avec une horloge atomique.

Il n'est donc plus légitime de considérer x dans une équation comme étant une valeur *réelle*. Au lieu de cela, il nous faudra préciser comment cette valeur est mesurée, et en particulier quels phénomènes physiques entrent en jeu, sans faire d'hypothèse a priori sur l'équivalence ou l'égalité qui pourraient exister (ou non) entre deux processus distincts, entre deux x.

En conclusion, ce n'est plus x qui est exact et la mesure qui est une approximation, comme l'affirmait Newton, mais bien l'inverse. Et ça change tout, parce que ce que nous venons en fait de démontrer, c'est d'une part que les variables, assimilées à des nombres réels, qu'on utilise depuis plusieurs siècles ne sont pas du tout la meilleure façon de modéliser l'univers, et

---

26 https://fr.m.wikipedia.org/wiki/Network_Time_Protocol

27 On rencontre souvent l'anglicisme « calibration »

d'autre part que toutes les équations de la physique sont fausses. C'est une bonne façon de se faire des amis dans le domaine…

Par quoi les remplacer ? La théorie des mesures incomplètes propose un modèle discret de l'univers. Nous allons commencer par justifier ce choix du discontinu.

L'illusion du continu

Quel intérêt a un modèle discret ?

La représentation de Gauss n'est possible que si des domaines suffisamment petits peuvent être considérées comme un continuum euclidien.

Albert Einstein — La relativité, chapitre 25

La physique théorique a pour objectif de nous donner un modèle du monde qui nous entoure. On attend de ce modèle qu'il soit *opérationnel*, *vérifiable*, *vérifié* et *utile*.

Un modèle *opérationnel* doit nous permettre de décrire de façon précise comment les choses marchent. Ainsi, la théorie de la mécanique de Newton propose des règles bien définies, des séquences d'opérations, qui permettent par exemple à toute personne qui sait les appliquer de calculer les orbites des planètes.

Un modèle *vérifiable* peut être confronté à la réalité, et peut a contrario être *réfuté* dès que les observations ne correspondent pas à ce que le modèle prédit. A titre de contre-exemple, beaucoup de physiciens, dont Lee Smolin en particulier, reprochent à la « théorie des cordes », un des grand axes de recherche en physique depuis les années 1980, de ne pas être vérifiable. À les en croire, elle serait un peu comme un morceau de pâte à modeler, capable de prendre pratiquement toutes les formes possibles, et donc en réalité incapable de nous dire si notre univers est un plutôt un cube, une sphère ou juste un vague patatoïde.

Un modèle *vérifié* est en accord avec les données connues. Ce statut peut évoluer avec le temps, au fur et à mesure que de nouvelles données apparaissent. Ainsi, on a abandonné le modèle géocentrique de Ptolémée et ses épicycles, entre autres parce que Kepler a démontré qu'il se trompait sur les éphémérides de Mars. Plus près de nous, la relativité générale d'Albert Einstein marche très bien dans notre système solaire, ce qui a conduit à des vérifications spectaculaires, mais elle est mise en difficulté par les observations plus récentes qu'on a pu faire sur les vitesses de rotation des galaxies lointaines. C'est cela qui amène à formuler des hypothèses sur la « matière noire » on « l'énergie sombre » dont vous avez peut être entendu parler.

Enfin, un modèle *utile* permet de tirer des bénéfices de la connaissance qu'il apporte. Par exemple, notre modèle moderne du temps et de l'espace nous permet de construire des horloges, de nous mettre d'accord sur nos rendez-vous ou de prévoir nos déplacements avec précision. Ce modèle est opérationnel aussi bien dans nos téléphones portables que dans nos agendas papier, dans le compteur de vitesse de notre voiture, ou encore sur l'affichage des arrivées prévues des avions dans un aéroport. Tout cela est très utile.

Depuis Isaac Newton, la physique a construit de nombreux modèles de l'univers ayant ces propriétés, nous permettant de prédire le fonctionnement des moteurs de nos voitures, des ordinateurs ou de lancer des sondes capables d'atteindre Pluton.

Ces modèles sont dans leur quasi-totalité[28] basés sur un formalisme mathématique développé notamment par Gottfried Leibniz et appelé «*calcul infinitésimal*», qui permet de traiter petit à petit les variations d'une grandeur, d'étudier leur effet cumulatif ou encore de caractériser les relations entre grandeurs.

Lorsqu'on s'intéresse au mouvement d'une planète, par exemple, on va évaluer les forces qui s'y appliquent en appliquant la loi de Newton sur la gravitation, pour laquelle on n'a besoin que de savoir les masses des planètes et les distances entre elles. On pourra ensuite estimer l'effet de ces forces en s'intéressant à l'instant qui suit immédiatement la position de départ, sur un intervalle de temps qu'on prendra «*infiniment petit*». On ajoutera ensuite ces effets infiniment petits les uns aux autres pour en déduire la trajectoire prévue. C'est cette approche à base de petits pas jointifs, infiniment petits et infiniment proche les uns des autres qu'on a appelé le calcul infinitésimal.

On peut se souvenir du fameux paradoxe de Zénon pour mieux comprendre la méthode. Comme le faisait observer le philosophe grec, pour parcourir un trajet, il

---

28 On peut considérer tous les modèles numériques et informatiques modernes comme étant techniquement l'exception majeure à cette règle, même s'ils sont souvent *dérivés* de modèles continus.

faut commencer par effectuer le premier pas, et pour cela commencer par le premier mouvement du premier pas, qui lui même commence par le premier micron de votre déplacement. Les kilomètres parcourus résultent au final de l'accumulation de toutes ces étapes infimes.

On parle alors de *mathématiques continues*. C'est de ce concept que dérive le terme *continuum* déjà mentionné et si fréquemment associé à la relativité. Par exemple, la série de science-fiction Star Trek use et abuse du terme « *continuum spatio-temporel* » pour se donner un vrai faux air scientifique.

❖

Plus sérieusement, l'utilisation du terme « *continuum* » par Albert Einstein, et les explications associées dans ses oeuvres, montrent à quel point il était attentif aux hypothèses sous-tenant son raisonnement.

En effet, penser que le monde est continu semble tout à fait raisonnable. Ainsi, le soleil avance dans le ciel sans à coups ; l'eau coule de façon parfaitement fluide, et on arrive très bien à voir un intervalle continu entre deux graduations millimétriques. De là à penser qu'on peut subdiviser un millimètre en dix, exactement comme on a subdivisé le centimètre en dix millimètres, et qu'on peut ensuite recommencer indéfiniment à subdiviser encore et encore, il n'y a qu'un tout petit pas, qui paraît à la fois logique et facile.

Et pourtant, ce pas minuscule qui ne semble même pas mériter d'être mentionné tant il apparaît évident, Albert Einstein refuse de le faire sans en parler, et même en parler en détail. La citation du début de ce chapitre, tirée du chapitre 25 de son livre sur sa théorie destiné au grand public[29], est pour moi un des plus beaux exemples de rigueur scientifique :

> *La représentation de Gauss pour* ds^2 *indiquée plus haut n'est d'ailleurs pas toujours possible ; elle n'est possible que dans le cas où on peut traiter des domaines suffisamment petits du continuum considéré comme étant des continuas euclidiens.*

Ce qu'Albert Einstein précise ici, c'est que l'intégralité du raisonnement de sa théorie de la relativité repose sur le calcul infinitésimal, en particulier appliqué à l'espace et au temps. Dans le contexte du chapitre, Einstein insiste sur une propriété particulière à petite échelle, le caractère *Euclidien* (c'est à dire « plat ») de l'espace. Cependant, le fait qu'il parle juste avant de « *domaines suffisamment petits* » ne peut qu'attirer notre attention sur l'hypothèse de continuité sous-jacente, et sur le fait qu'elle est indispensable sur le plan mathématique pour pouvoir construire la théorie de la relativité.

On peut pourtant observer que les *instruments* de mesure, eux, ne produisent jamais de résultat continu. Lorsqu'on utilise un double-décimètre, la résolution de la mesure est en général millimétrique. On peut avoir l'impression qu'on pourrait aller un peu plus loin, parce que notre oeil, lui, a une résolution supérieure. Donc nous voyons « entre » les millimètres, et nous avons du coup cette illusion tenace que l'univers est continu.

---

[29] En anglais ici : https://www.bartleby.com/173/25.html

Pour autant, il est tout à fait impossible de mesurer des microns avec un double décimètre, et notre oeil lui même a en réalité une résolution limitée et discrète. Nous avons dans notre rétine un nombre fini de cônes et de bâtonnets, ce que les écrans modernes à très haute résolution ont rendu évident.

Malheureusement, notre cerveau excelle en réalité à nous dissimuler cette limite à peu près totalement. En quelque sorte, nous pouvons dire que nous ne voyons pas ce que nous ne voyons pas.

Les mathématiques utilisées en physique classique, de Newton à Einstein, sont donc continues. En revanche, les ordinateurs, eux, ne procèdent pas du tout ainsi.

Vous avez sans doute entendu parler de la fameuse *logique binaire*, ou encore du fait que l'informatique ne traitait que des zéros et des uns. En réalité, ils traitent des états qu'on dit binaires parce qu'il y en a deux. Si on les interprète comme des nombres, on les appelle par convention « zéro » et « un » dans le cadre d'un système de numération en base deux. Mais ou pourrait aussi bien appeler ces états « noir » et « blanc », ce qui serait approprié pour les pixels d'un écran, ou bien « haut » et « bas » pour la tension dans un circuit, ou encore «schtroumpf vert» et «vert schtroumpf» si on souhaitait créer une guerre entre petites créatures bleues.

Ce qui importe, c'est que les ordinateurs modernes fonctionnent sur la base de deux états qui sont *disjoints*. Il n'y a pas de continuité entre le zéro et le un, pas de «*un demi*» ou de «*demi quart de poil*». Il n'y a pas d'à peu près non plus. C'est soit tout, soit rien.

L'informatique ne fonctionne donc pas de façon continue mais de façon *discrète*, c'est à dire discontinue. Même le temps n'avance que par étapes individuelles, séparées les unes des autres, cadencées par la fameuse horloge à moult gigahertz dont l'intarissable vendeur de téléphones portables vous a fait l'éloge enflammé. Un ordinateur effectue une instruction, puis la suivante. Il ne passe pas continûment de l'une à l'autre, il fait des petits sauts, très vite.

De même, la théorie des mesures incomplètes est une *théorie discrète* de l'univers, entièrement discontinue. C'est une théorie créée par un informaticien, et donc enracinée dans les décennies récentes de recherches en mathématiques discrètes, qui sont devenues la base du fonctionnement de tous nos gadgets numériques. Ce n'est pas qu'il n'y a plus de mathématiques dans cette théorie, mais bien que l'on y utilise les mathématiques du vingtième siècle, celles de Von Neumann ou de Shannon, plutôt que celles du dix-neuvième siècle telles qu'élaborées par Leibniz ou Gauss. Les algorithmes et une représentation purement numérique du savoir y remplacent les équations et les nombres réels.

L'objet mathématique le plus caractéristique de la théorie des mesures incomplètes s'appelle *probavecteur*. Un probavecteur est tout simplement un décompte d'évènements, à partir duquel on peut recenser ce qui s'est passé ou prédire ce qui devrait se passer. Si vous lancez cent fois une pièce de monnaie et que vous obtenez par exemple « *47 fois face et 53 fois pile* », vous utilisez déjà un probavecteur ! Tel Monsieur Jourdain faisant de la prose sans le savoir, la plupart d'entre nous utilisent régulièrement des probavecteurs à leur insu.

Dans cet exemple, l'information donnée par le probavecteur nous permet d'abord de représenter la connaissance de ce qui s'est passé, mais représente aussi la probabilité d'obtenir pile ou face à l'avenir. C'est le cas général : un probavecteur est à tout à la fois une représentation expérimentale et théorique.

Un probavecteur peut bien sûr enregistrer beaucoup plus d'événements, par exemple 50023 face et 50011 pile, ce qui indique une meilleure connaissance, et donc permet de faire des prédictions plus précises. Il peut aussi avoir plus de deux cas distincts. Pour un lancer de dé, il faudra six valeurs ; pour une image numérique de «20 mégapixels», on aura 60 millions de valeurs, à savoir les niveaux des trois couleurs primaires pour chacun des pixels.

❖

La preuve qu'une telle approche peut marcher, vous l'avez sans doute dans votre poche. Votre téléphone portable peut enregistrer un film puis l'afficher sur l'écran. Lorsque vous regardez l'image sur l'écran et que vous voyez un objet bouger, ce ne sont pas les pixels du téléphone qui bougent. Pourtant, l'image que vous voyez est pratiquement indiscernable en pratique de celle d'un objet physique qui ferait ce mouvement. Or, cette image dérive directement de données numériques contrôlant des pixels immobiles.

Ces données sont représentées dans la machine par un très grand nombre de « cases mémoire ». Chaque couleur primaire de chaque pixel est le plus souvent décrite par un nombre entier, qui par le biais de circuits électroniques, contrôle individuellement le sous-pixel correspondant à cette couleur primaire. Pour la théorie des mesures incomplètes, l'image qui se déplace sur l'écran n'est en réalité rien d'autre que la manifestation visible d'un très gros probavecteur qui évolue dans la mémoire de la machine. L'expérience montre que nous arrivons fort bien à enregistrer et reproduire le monde qui nous entoure à l'aide de ces probavecteurs[30].

L'utilisation d'un téléphone moderne permet donc aisément de se convaincre que les probavecteurs sont une bonne représentation non-continue de la réalité. Cela nous démontre aussi que la résolution nécessaire pour créer une illusion du continu convaincante est en pratique très faible. Ces machines ont maintenant une résolution d'écran suffisante pour nous présenter une image en pratique indiscernable de la réalité. Elles le font alors que la résolution de l'écran n'est pourtant que d'environ 100 pixels par centimètre.

Le temps lui aussi est représenté de façon discrète. Un film sur téléphone portable a généralement au plus 60 images par seconde, ce qui est très largement assez pour nous donner une bonne illusion de continuité. Les

---

30 Pour économiser la mémoire, des machines anciennes comme l'Apple // ou le Sinclair ZX Spectrum pouvaient avoir une relation moins simple entre le contenu de la mémoire et la couleur affichée. Cela ne change cependant rien à la conclusion que nous faisons ici.

meilleurs écrans à destinations des joueurs n'affichent jamais plus de 200 images par seconde. Certaines caméra ultra-rapides seront bien sûr tout à fait capables d'enregistrer des images plus rapidement que cela, mais ce sera toujours avec un nombre d'images par seconde limité et en général assez faible.

Enfin, un aspect moins connu est que les couleurs sont, elles aussi, quantifiées de la même façon. Sur la plupart des écrans d'aujourd'hui, l'écran n'est capable d'afficher qu'au plus 256 niveaux distincts de rouge, de vert et de bleu, pour un total d'environ 16 millions de couleurs uniques. Les meilleurs appareils de photographie numériques du marché pourront distinguer quelques milliers de niveaux pour chaque couleur primaire, mais jamais une continuité d'intensité lumineuse.

❖

Cet exemple du film numérique nous permet aussi de comprendre intuitivement comment la théorie des mesures incomplètes peut incorporer à la fois la relativité et la mécanique quantique. Le probavecteur va pouvoir représenter les probabilités, comme l'exige la vision probabiliste de la mécanique quantique, tandis que des calculs particuliers sur les probavecteurs représentant les images successives vont pouvoir représenter les changements de référentiel de la relativité.

Si on se place d'un point de vue relativiste, on va s'intéresser au mouvements relatifs de l'objet observé par rapport à la caméra du téléphone. Les effets de ce mouvement se représentent en théorie de la relativité par ce qu’on appelle des formules de « *changement de référentiel* ». Plus précisément, la relativité restreinte utilise un jeu d’équations mathématiques appelées « *transformation de Lorentz* », et la relativité générale utilise des objets mathématiques appelés «*tenseurs*». Les deux font appel au calcul infinitésimal mentionné précédemment.

On peut ainsi prédire, à l’aide de mathématiques, la forme apparente que vont prendre les objets, de façon tout à fait analogue à la modélisation qu’on peut faire des effets de la perspective classique « 3D » pour les mouvements habituels.

Une caméra se déplaçant à vitesse relativiste, et qui filme ce qui se passe alentours, observera effectivement les déformations que prédit la théorie de la relativité, tout comme elle enregistre les effets dus au mouvement des objets ou à la perspective. Ces déformations sont réelles, au sens où elles sont détectées par tout système de mesure de la même façon. Elles sont donc en ce sens *objectives*, même si elles sont d’un autre coté aussi dépendantes de l’observateur, et donc *subjectives*.

On peut très bien simuler ces mêmes déformations relativistes dans un ordinateur, exactement de la même façon que les jeux vidéos dits « en trois dimensions » simulent la perspective classique. On dit justement de ces jeux qu’ils sont «en vue subjective».

Les jeux vidéos en 3D recréent délibérément les *mêmes* effets que ceux produits sur notre vision par le mouvement d’objets réels. Ils ne le font pas avec des mathématiques continues. Au contraire, ce sont bien des calculs discrets qui génèrent de gros probavecteurs contrôlant les pixels à l'écran. Même si on utilise le plus souvent pour spécifier ces calculs un modèle continu ou des équations classiques, le calcul effectif que fait le programme est, lui, discret. On sait évidemment le faire pour simuler le mouvement usuel dans les jeux vidéos, mais ce n'est guère plus compliqué de reproduire les effets relativiste[31]. En appliquant cette technique, la théorie des mesures incomplètes permet donc de reproduire à l'identique les prédictions de la relativité.

On peut dire la même chose du son numérique, ou bien du contrôle d'un moteur à explosion par un calculateur, qui est devenu, grâce à l'informatique, bien plus précis que le meilleur carburateur au monde.

Le point fondamental à retenir ici est qu'un effet physique *virtuel,* simulé ou contrôlé par ordinateur en faisant évoluer des données, est *indiscernable* d'un effet *réel* causé par les lois naturelles. On peut traiter numériquement la relativité, et la théorie qu'on va ainsi construire va produire exactement les mêmes résultats que les meilleures équations.

L'inverse n'est pas vrai. De nombreux effets sont faciles à produire de façon numérique ou par le biais d'algorithmes, mais très difficile à modéliser par des équations. En particulier, la perte de résolution avec la

31 Voir les exemples sur https://www.shadertoy.com/results?query=relativity, en particulier le déplacement relativiste simulé dans https://www.shadertoy.com/view/XtSyWW.

distance, qui nous est rendue très visible par ce qu'on appelle les « zoom numériques », n'a en fait pas vraiment d'équivalent évident en relativité, car les équations y sont toutes *réversibles*. Avec des équations continues, qui ont donc une résolution infinie, rien n'explique vraiment qu'on ne puisse pas zoomer à l'infini. Cela ne correspond pas la réalité physique, qui nous apprend qu'un télescope voit beaucoup moins bien ce qui est à l'autre bout de l'univers que ce qui est proche. Ce type de perte d'information avec la distance n'est en fait pas prévu par la théorie de la relativité.

❖

De l'autre coté, la mécanique quantique, elle, traiterait ce même problème de l'image reçue par le capteur ou affichée par l'écran en s'intéressant à la *probabilité de présence* des photons, aussi bien pour les photons qui arrivent sur le capteur de la caméra que pour ceux émis par l'écran. En mécanique quantique, cette probabilité de présence est déterminée par la *fonction d'onde*, une fonction mathématique qui représente l'état physique.

Or, les données que la caméra enregistre dans sa mémoire numérique sont précisément liées au nombre de photons qui atteignent le capteur d'image dans un temps donné. En d'autre termes, l'intensité enregistrée pour chaque pixel correspond bien à une probabilité de présence des photons sur un photo-détecteur par rapport à ses voisins immédiats.

Symétriquement, le nombre de photons émis par l'écran est directement déterminé par ces données, qu'elles soient issues d'un enregistrement numérique ou générées par l'algorithme d'un jeu vidéo. Dans tous les cas, il ne s'agit de rien d'autre qu'un gros probavecteur, avec une valeur par couleur primaire pour chaque pixel de l'écran. La valeur de ce probavecteur va définir précisément la probabilité que des photons soient émis par tel ou tel pixel comparé à tous les pixels de l'écran.

On ne peut pas distinguer en pratique les photons produits par un algorithme de ceux produits par un événement physique réel enregistré. La photographie numérique est faite précisément pour reproduire aussi fidèlement que possible la répartition originale des photons, et donc la distribution de probabilité de leur présence à tel ou tel endroit.

La théorie des mesures incomplètes peut donc de façon effective remplacer la fonction d'onde continue de la mécanique quantique par un probavecteur discret qui, tout comme la fonction d'onde, déterminera la probabilité de présence des photons aux alentours du capteur ou de l'écran.

❖

Il existe cependant des différences importantes entre les deux modèles, la fonction d'onde de la mécanique quantique et le probavecteur de la théorie des mesures incomplètes, et elles s'avèrent être largement en faveur du modèle probavectoriel.

Pour commencer, la somme de deux probavecteurs a un sens physique évident et précis, représentant la combinaison des résultats de deux expériences. En particulier, tout probavecteur peut s'écrire sous la forme d'une somme de probavecteur unitaires, c'est à dire dont une seule composantes est non nulle et vaut un, qu'on appelle *certivecteurs* car ils indiquent un résultat certain. Par exemple, le probavecteur « 3 piles et 2 face » et une somme de probavecteurs unitaires « pile » ou « face » représentant une seule expérience. À l'inverse, si la mécanique quantique postule que la somme de deux fonctions d'onde représente un état valide, elle ne sait pas dire ce que cet état représente.

Ensuite, la *norme* d'un probavecteur, c'est à dire la somme de toutes ses composantes, indique le nombre d'expériences réalisées, et donc la précision des probabilités qu'on pourra en déduire. Ainsi, la norme du probavecteur précédent est 5, ce qui indique que les probabilités qu'on peut en déduire sont précises à un cinquième. La fonction d'onde, elle, étant continue, a toujours une précision de prédiction supposée infinie.

Enfin, la mécanique quantique n'a pas d'équivalent au probavecteur nul, qui représente l'absence de mesure et donc l'incapacité à faire des prédictions. Tout état quantique permet de faire une prédiction probabiliste. Il n'est donc pas possible de représenter en mécanique quantique l'état « je ne sais pas donc je ne dirai rien ». Un état en mécanique quantique permet toujours de faire un calcul des probabilités, même quand ce calcul n'a pas vraiment de sens.

La représentation à l'aide de probavecteurs a donc une interprétation physique beaucoup plus simple, plus évidente mais aussi plus riche que la fonction d'onde de la mécanique quantique. Elle est aussi plus exacte, puisqu'elle permet un décompte à l'unité près des événements passés, alors que la fonction d'onde, elle, n'exprime plus que la probabilité résultante. Là où la norme d'un probavecteur nous informe sur le nombre d'expériences et donc la précision des prédictions, la mécanique quantique prétend, elle, avoir une précision de prédiction infinie.

En conclusion, la théorie des mesures incomplètes est donc tout à fait capable de représenter, grâce aux probavecteurs, aussi bien les concepts de la relativité que ceux de la mécanique quantique, et d'effectuer tous les calculs de façon à obtenir un résultat qui ne sera pas discernable de celui qu'on obtiendrait algébriquement en suivant une méthode classique.

❖

Quel est l'intérêt de procéder ainsi, si on se contente de reproduire des résultats déjà démontrés?

En premier lieu, il faut souligner que l'utilisation d'une représentation numérique discrète élimine par construction les problèmes théoriques qui apparaissent quand on essaie d'appliquer simultanément les règles de calcul de la relativité et de la mécanique quantique. Sans entrer dans des détails qui sortent du cadre du présent ouvrage, il suffit de faire remarquer que ces problèmes sont souvent liés à de graves incohérences mathématiques, comme des valeurs infinies là où on s'attend à une grandeur mesurable.

Ces infinis et autres singularités ne peuvent en fait apparaître que dans un modèle continu, mais sont par construction impossibles, aussi bien sur le plan pratique que théorique, dans une représentation discrète.

Pour comprendre pourquoi, considérons la loi de gravitation selon Newton, qui indique que la force est inversement proportionnelle au carré de la distance. Dans le domaine continu, un tel inverse peut devenir arbitrairement grand, dès lors que la distance est assez petite. Il faut donc envisager l'effet physique d'une force arbitrairement grande à très petite échelle, ce qui semble un peu absurde et, surtout, contraire à notre expérience de ces situations. Il semble bien qu'il y ait une limite empirique à la force que la gravitation peut exercer. Au contraire, si les seules distances à prendre en compte sont en nombre fini, on peut aisément déterminer la plus grande force possible. Ce résultat, puisque fini, sera, au moins en principe, physiquement acceptable.

Cela dit, l'élimination de situations absurdes n'est pas la principale raison de choisir un modèle discret. Une raison beaucoup plus importante est que le continu est une simplification, et que l'univers ne semble pas fonctionner ainsi. Comme nous l'avons déjà remarqué, il n'y a pas de cercle parfait dans l'univers, ni de ligne droite parfaite. On ne peut pas indéfiniment couper une distance en deux, ni marcher jusqu'à l'infini. Pour tous les processus physiques réels, il existe toujours une limite, qu'elle soit en résolution, en énergie, en densité, en dimension...

En bref, le continu physique n'existe pas. Et par voie de conséquence, le continu mathématique n'est pas le modèle le plus exact de la réalité, mais serait plutôt une simplification, permettant en quelque sorte de faire rentrer des fleurs aux caprices flamboyants dans des équations bien lisses et bien proprettes, assez simples pour qu'on arrive à les faire tenir dans nos petites têtes.

Une plaisanterie bien connue illustre cela :

On demanda un jour à un célèbre physicien s'il pouvait écrire des équations pour prédire les résultats du tiercé. Le professeur s'enferma dans son laboratoire pendant très longtemps, avant de ressortir, l'air tout joyeux. Très fier de lui, il commença à exposer la solution qu'il avait trouvée : « Considérons les chevaux de course, que nous assimilerons à des sphères homogènes et uniformes se déplaçant à vitesse constante le long d'un cercle... »

❖

Ayant décidé de représenter notre connaissance de façon discrète, à l'aide de probavecteurs décomptant tous les événements, il nous reste encore à déterminer de quels « événements » il s'agit. En réalité, ce qu'il faut compter, ce sont des résultats de mesure. Encore faut-il savoir ce qu'est une mesure, et ce qu'est un résultat. C'est cela que nous allons voir maintenant.

Définition de la mesure

Qu'est-ce qu'une mesure physique ?

La mesure de l'amour, c'est d'aimer sans mesure

Saint Augustin

Lorsqu'on parle de « mesure » en physique, cela peut évoquer aussi bien la longueur d'un meuble qu'un poids affiché par une balance, la tension électrique aux bornes d'une prise, ou encore la durée d'un trajet. Quel est le point commun entre toutes ces quantités ?

La théorie des mesures incomplètes propose une définition formelle de la mesure en six points. Une mesure est :

1. un phénomène physique,
2. qui relie une entrée et une sortie prédéfinies,
3. qui ne dépend que de l'entrée,
4. que l'on peut reproduire,
5. dont la sortie est directement observable,
6. où on peut donner un sens symbolique à la sortie.

Chacun de ces points est important. On va les illustrer par des exemples et des contre-exemples. Commençons par remarquer leur simplicité. Il y a des chances que vous compreniez déjà à peu près ce que ces six points veulent dire, voire le rôle qu'ils peuvent bien jouer dans le fonctionnement d'un instrument de mesure. Pour ceux qui les ont étudiés, cela diffère très notablement des axiomes de la mécanique quantique, qui sont par comparaison très abscons.

Le premier point est qu'une mesure est un simple phénomène physique, qu'on pourrait très bien qualifier de «parfaitement normal». On n'a pas besoin pour faire une mesure de sortir de l'univers ou de faire appel à quelque chose d'assez indéfinissable, voire un tout petit peu magique comme la conscience. Rappelons pour contraste que la conscience est supposée jouer un rôle dans au moins une des interprétations majeures de la mécanique quantique[32]. Dans la théorie des mesures incomplètes, un instrument de mesure fonctionne dans l'univers, et en suivant les règles habituelles de l'univers. À titre d'exemple, l'utilisation d'un voltmètre est un phénomène physique. Au contraire, le nombre deux est un concept abstrait et n'est donc pas une mesure.

Le deuxième point est qu'une mesure relie une entrée et une sortie définies à l'avance. Par exemple, quelqu'un qui utilise un voltmètre sait que l'instrument va mesurer la tension à ses bornes, et l'affichera sur son cadran. De même, lorsqu'on utilise un mètre ruban, l'entrée est l'objet qu'on mesure, placé le long du ruban, et la sortie est la graduation gravée sur le ruban. À titre de contre-exemple, une mouche qui vole est certes un

---

32 Voir « Interprétation de von Neumann » sur la page https://fr.wikipedia.org/wiki/Interprétation_de_la_mécanique_quantique

phénomène physique, mais il n'y a pas d'entrée ou de sortie évident, et donc ce n'est pas considéré comme un bon instrument de mesure.

Le troisième point est que le phénomène ne dépend que de l'entrée. Un voltmètre devrait n'être sensible qu'à la tension à ses bornes, et ignorer tout le reste, que ce soit la température de la pièce, la couleur de la prise ou l'âge de son opérateur. En ce sens, une mesure doit être *incomplète* par nécessité. Elle n'apporte une bonne information sur son objet qu'en ignorant tout ce qui n'est pas mesuré. À l'inverse, compter les pas d'un chien dépend de tellement de facteurs qu'on ne peut pas s'en servir pour bien mesurer une distance de promenade.

Le quatrième point est qu'on peut reproduire une mesure. Cela peut être une répétition dans le temps, par exemple pour vérifier une mesure qu'on vient de faire ; ou bien dans l'espace, comme les très nombreuses cellules, appelées « photosites », qui composent tous les capteurs d'image numériques ; ou encore une répétition à travers les catégories socio-professionnelles lorsqu'on fait un sondage. En revanche, un phénomène qu'on ne sait pas reproduire à volonté, comme les observations d'OVNIs, limite fortement notre capacité à mesurer.

Le cinquième point est que la sortie d'une mesure doit être directement observable. Le sens donné au mot « observable » est assez large, et peut couvrir tout aussi bien le son émis par une alarme, une branche cassée par le passage d'un animal, ou encore l'envoi d'un signal électrique par un capteur. A contrario, un voltmètre dont tous les composants fonctionnent sauf l'affichage n'est pas utilisable comme appareil de mesure. À noter que cette acceptation du terme « observable » ne doit pas être confondue avec l'usage du même mot dans le cadre de la mécanique quantique, et qui y désigne un opérateur mathématique ayant certaines propriétés.

Enfin, le sixième point est qu'on peut donner un sens symbolique à la sortie. Cela se fait le plus souvent par une procédure appelée « étalonnage », qui évalue la sortie sur la base d'entrées connues. À titre de contre-exemple, de nombreux appareils utiles, comme les pompes ou les moteurs, ne sont pas destinés à ce qu'on interprète leur sortie, et ne sont donc pas des instruments de mesure. Dans notre définition, le symbole utilisé n'a pas à être un nombre : une alarme peut ainsi signaler un incendie par le biais d'une sirène ou d'une lumière intense. Il s'agit d'ailleurs là d'une différence importante avec la mécanique quantique, où toute mesure doit produire un nombre réel.

❖

On peut faire deux observations importantes à ce stade. D'une part, il existe des mesures qui obéissent à cette définition. D'autre part, tous les phénomènes physiques n'y obéissent pas.

Une mesure est donc un choix, parmi tous les processus physiques disponibles, qui correspond bien à un besoin particulier, celui d'évaluer quantitativement l'univers qui nous entoure. On peut maintenant valider cette observation en trouvant des contre-exemples qui ne remplissent que cinq de ces six conditions.

Une fonction mathématique remplit toutes les conditions, sauf la toute première. Il ne s'agit pas d'un phénomène physique. On admettra dans ce cas que le sens de « directement observable » pour un objet abstrait relève lui aussi du domaine abstrait, et qu'on peut observer une fonction en l'utilisant par exemple dans une expression mathématique ou un théorème.

Jeter une bouteille à la mer remplit toutes les conditions sauf la deuxième. En effet, s'il s'agit bien d'un processus physique dont le résultat ne dépend que du message qu'on a mis dans la bouteille, qu'on peut le faire aussi souvent qu'on veut, où la personne qui récupère la bouteille peut observer le message et lui donner un sens. En revanche la sortie n'est pas choisie à l'avance, mais est le résultat du hasard. On peut aussi considérer l'eau qui sort de votre robinet, et qui résulte d'un processus où la sortie est connue, mais où vous ne choisissez pas l'entrée, c'est à dire le point de captage.

Lancer un dé remplit toutes les conditions, sauf la troisième, ne dépendre que de l'entrée. En effet, une des propriétés désirables (dans le cas du dé) est que le résultat symbolique obtenu ne dépend justement pas de façon prévisible de l'état de la main du lanceur, mais au contraire est à peu près totalement aléatoire.

La production d'un oeuvre artistique originale ne peut pas être répétée à l'envie, et remplit donc toutes les conditions sauf la quatrième. Ainsi, la création de La Joconde n'est pas une mesure des pigments ou de la toile. Toutes les autres conditions sont remplies, dont le sens symbolique qu'on peut donner à une oeuvre d'art.

Un compteur de vitesse dont l'aiguille ne bouge plus remplit toutes les conditions sauf la cinquième. L'écran peut bien avoir une graduation qui permettrait, s'il marchait, de donner une interprétation symbolique sous forme de vitesse, dès lors que l'aiguille ne bouge pas, le compteur est devenu inutile.

Brûler une bûche est un bon exemple de processus physique où la modification de la sortie, bien qu'observable sous forme de chaleur ou de fumée, n'a pas de sens symbolique. On ne mesure pas une bûche en la mettant au feu. Ce phénomène remplit donc toutes les conditions sauf la sixième.

Ces exemples permettent de se convaincre que toutes les conditions sont nécessaire. L'existence de mesures physiques comme un voltmètre ou un double décimètre démontre qu'elles sont suffisantes.

❖

La définition de la mesure que nous venons de donner permet d'établir un parallèle fascinant avec ce qu'on appelle souvent les «*postulats de la mécanique quantique*[33] ».

Le nombre de postulats varie parfois d'un auteur à l'autre, mais on en cite le plus souvent six:

1. Le *principe de superposition* affirme que l'état d'un système est décrit par un vecteur qui est une combinaison linéaire d'états de base.
2. Le *principe de correspondance* définit ce que sont les observables, c'est à dire ce qui permet de faire

33 https://fr.wikipedia.org/wiki/Postulats_de_la_mécanique_quantique

des mesures, correspondant aux grandeurs de la mécanique classique.

3. Le *principe de quantification* établit que tous les résultats de mesure doivent être ce qu'on appelle des valeurs propres[34] des observables.
4. Le *principe de décomposition spectrale* permet, lui, de calculer la probabilité d'obtenir chaque mesure.
5. Le *principe de réduction du paquet d'onde* indique que la mesure modifie l'état de façon à ce que ne restent comme possibilité que les probabilités correspondant au résultat obtenu.
6. Enfin, *l'équation de Schrödinger* décrit l'évolution au cours du temps du système ainsi décrit.

Ces postulats sont à l'évidence beaucoup plus savants et sophistiqués que la définition de la mesure que nous venons de donner. À part le fait qu'il y en a six comme il y a six points définissant une mesure, qu'y a-t-il de commun entre les deux approches ?

En fait, il y a un rapport assez profond entre les deux. On peut commencer par noter que la réduction du paquet d'ondes suppose une évolution du système pendant la mesure. Le deuxième point dans notre définition clarifie cette évolution, qui consiste à relier la sortie de l'instrument de mesure à son entrée. C'est la réponse que donne la théorie présentée dans ce livre au « *problème de la mesure*[35] » en mécanique quantique.

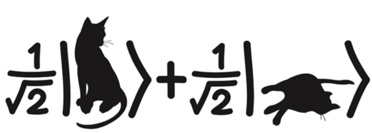
---

[34] Une valeur propre λ d'un opérateur A vérifie $A\,x = \lambda\,x$. pour un certain *vecteur propre* x.

[35] Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Problème_de_la_mesure_quantique

Le principe de décomposition spectrale appliqué juste après une mesure, donc dans un état où le paquet d'onde est effondré, garantit que la mesure suivante donne le même résultat. C'est exactement le sens du quatrième point, qui dit qu'une mesure doit être reproductible. Il existe pourtant une différence clef, qui est que la théorie des mesures incomplètes peut admettre qu'un instrument ne soit pas parfait, et donc que la mesure suivante ne donne pas forcément exactement le même résultat. En ce sens, elle sait traiter de paquets d'onde qui ne sont pas entièrement effondrés.

Le principe de quantification oblige les mesures quantiques à donner un résultat sous forme de nombre réel. Même si on mesure un jeu à pile ou face, il faudra associer un nombre réel au cas «pile» et un autre au cas « face » pour les faire rentrer dans le formalisme quantique. Dans la définition de la mesure donnée plus haut, il suffit qu'on sache nommer les états, mais on n'a pas à leur associer de valeur numérique. Il faut noter que les physiciens quantiques ont déjà l'habitude d'associer des valeurs arbitraires à des états non-numériques, comme l'état mort ou vivant d'un chat.



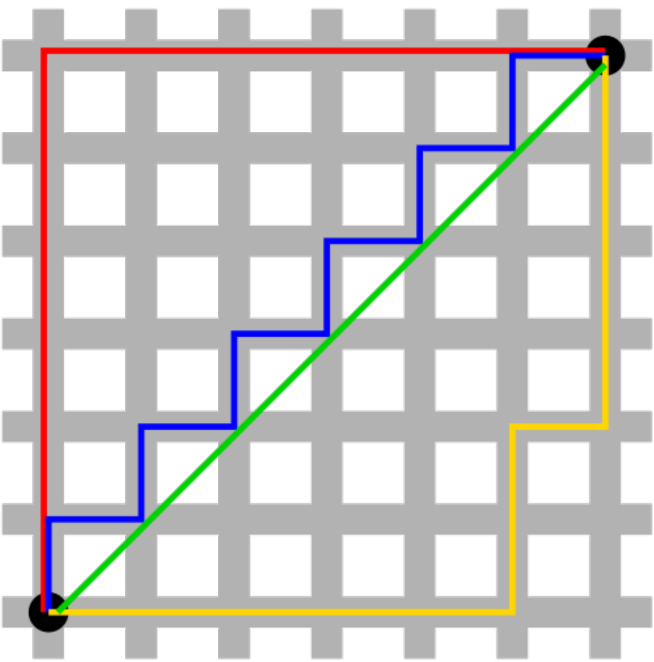
Le principe de correspondance associe certains opérateurs mathématiques aux grandeurs physiques classiques. Cette relation est figée, et supposée parfaite. Par exemple, il n'y a qu'une seule façon de mesurer la position, à savoir un opérateur mathématique qui prend l'état et le multiplie par la position. En théorie des mesures incomplètes, au contraire, on admet qu'il y a de nombreuses façons de mesurer la même quantité, et qu'elles ne sont pas strictement équivalentes entre elles. Le premier point définissant une mesure requiert qu'on identifie un phénomène physique particulier, comme compter ses pas ou utiliser un double décimètre pour une mesure de distance.

Enfin, le principe de superposition permet de créer un état quantique valide par combinaison d'autres états quantiques, en les additionnant ou en les multipliant par une constante. Cependant, ce principe se contente de postuler qu'une telle combinaison linéaire est un état valide, sans préciser ce que cet état combiné représente. Pour les mesures incomplètes, la connaissance est représentée par un probavecteur, qui décompte tout simplement les résultats de mesure individuels. Par conséquent, l'addition des probavecteurs a donc un sens physique immédiat, à savoir l'accumulation des connaissances par enchaînement d'expériences.

❖

Ce dernier point amène d'ailleurs à parler d'une différence plus subtile sur le type de « norme » utilisée dans les deux approches, une courte digression un peu plus mathématique. La mécanique quantique utilise en effet une norme « d'ordre deux », c'est à dire que c'est le *carré* de la fonction d'onde qui est l'amplitude de probabilité. La distance classique est elle aussi calculée à l'aide d'une norme d'ordre deux, qui s'exprime par le fameux théorème de Pythagore, $l^2 = x^2 + y^2$.

C'est une telle norme qui sert à «*normaliser*» la fonction d'onde pour traduire l'idée qu'un événement se produit avec certitude. Par exemple, si on suppose qu'il y a une particule « quelque part », on va exprimer cette certitude en disant que la fonction d'onde doit bien prédire une position à un endroit dans l'espace avec une probabilité de un. Or cette probabilité de un sur tout l'espace est une somme des probabilités à chaque point de l'espace. Cela permet d'écrire ce qu'on appelle une « *condition de normalisation* » qui, là encore, s'exprime à l'aide de cette norme d'ordre deux sous forme de somme de carrés.



Norme d'ordre deux (en vert) et d'ordre un (autres couleurs)

La représentation à l'aide de probavecteurs utilise, elle, une norme d'ordre un, c'est à dire qu'on fait la somme des éléments d'un probavecteur et non la somme de leurs carrés. Ce type de norme est parfois appelé « *norme de Manhattan* » ou « *norme du chauffeur de taxi* » parce que, pour les distances sur un plan, elle donne la distance parcourue par un taxi qui suit des rues perpendiculaires les unes aux autres pour aller d'un point à un autre (trajectoires rouge, bleue et jaune sur le diagramme ci-contre), au lieu de passer à travers les immeubles (trajectoire verte, dont la longueur est la norme d'ordre deux).

Dans le cas d'un probavecteur, la norme, c'est à dire la somme des composantes, représente le nombre total d'expériences réalisées, et on peut alors calculer les probabilités de chaque résultat en divisant le décompte pour ce résultat par ce nombre, c'est à dire par la norme du probavecteur.

Par exemple, si j'effectue une expérience qui donne 39 pile et 23 face, la probabilité observée de pile sera 39 divisé par 62, où 62 est la norme du probavecteur obtenue en additionnant ses composantes 39 + 23.

Les mesures physiques que nous avons définies ainsi ne sont pas parfaites. Elles peuvent prendre du temps pour nous donner un résultat, comme un sablier qui mesure trois minutes par un écoulement de sable. Elles peuvent donner un résultat imprécis, comme l'image floue que l'on observe à travers du brouillard ou des lunettes couvertes de buée. Elles peuvent avoir des limites physiques, comme une horloge à balancier qui va dériver avec le temps et s'arrêter si on ne la remonte pas.

Jusqu'à présent, la physique théorique a fait de son mieux pour ignorer ces problèmes et pour les reléguer à l'expérimentation. Cela dissimule en fait une croyance erronée que les mesures sont une approximation d'une réalité sous-jacente qui n'en a pas les imperfections. En témoignent par exemple les redéfinitions successives du mètre ou de la seconde, pour essayer à chaque fois d'obtenir une définition plus précise, moins dépendante des conditions de mesure, ou fournissant une résolution plus élevée. Nous reviendrons sur ce sujet dans le chapitre «*Lumière et bouts de métal*».

En gros, lorsqu'on écrit la deuxième loi de Newton sous la forme d'une équation $F = ma$, si on ne précise jamais comment mesurer F, m ou a, c'est parce qu'on suppose que cela n'a pas d'importance. Une bonne mesure sera celle qui est à peu près conforme à cette équation, alors qu'une mauvaise mesure donnera par exemple des résultats plus grossiers ou moins fiables. On notera d'ailleurs que les petits écarts qu'on obtient en pratique font que l'égalité qu'on écrit dans cette équation, du point de vue mathématique, est très rarement exacte, ce qui renforce une remarque faite précédemment sur l'inadéquation des équations à la modélisation physique.

La théorie des mesures incomplètes prend le contrepied de cette croyance, et affirme que les mesures sont la seule réalité physique admissible, quels que soient leurs défauts. Il s'agit là d'un principe, et nous allons maintenant voir qu'il s'agit, pour être plus précis, d'un principe de *relativité* du même genre que celui énoncé par Albert Einstein, mais beaucoup plus général.

Une relativité plus générale

Toutes les mesures sont valides

Toutes les généralisations sont fausses, y compris celle-ci

Alexander Chase

Lorsqu'il a formulé sa théorie de la relativité, Albert Einstein l'a construite sur un principe, le principe de relativité. Wikipedia l'énonce ainsi, selon Lev Landau et Evgueni Lifchits[36] :

> *Le principe de relativité affirme que les lois physiques s'expriment de manière identique dans tous les référentiels inertiels : les lois sont « invariantes par changement de référentiel inertiel».*

Il s'agit d'un *principe* par opposition à une observation expérimentale ou à un résultat de mesure. Ainsi, ce qu'exprime Einstein par ce principe est en fait un *souhait* concernant la formulation des lois de la physique, une propriété désirable qu'elles devraient avoir. Il s'agit dans ce cas précis d'affirmer qu'une loi formulée pour mettre d'accord les physiciens entre eux quel que soit leur état de mouvement est supérieure à

---

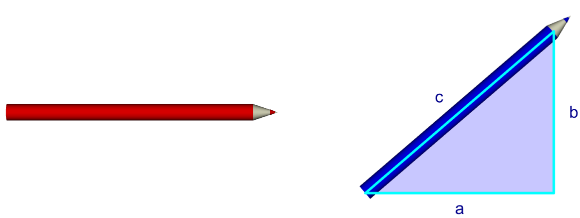
[36] https://fr.wikipedia.org/wiki/Principe_de_relativité en date du 19 mars 2023

une autre qui ne fonctionnerait par exemple que pour un physicien immobile à la surface du sol.

Ce qui est intéressant et surpreant est qu'on peut tirer des conséquences très concrètes d'un tel principe.

Dans cet exemple précis, il devient nécessaire, pour décrire un système, de préciser l'état de mouvement, et on ne doit considérer comme des grandeurs physiques *objectives* que celles qui sont identiques pour tous les physiciens. Les autres grandeurs physiques qu'on peut mesurer, celles qui dépendent de l'état de mouvement, ne sont plus objectives mais seulement *apparentes*.

Ces concepts sont très familiers. Lorsque nous voyons un objet tourner devant nous, sa longueur apparente change, alors que sa longueur vraie, elle, est invariante. On peut d'ailleurs calculer cette longueur vraie à l'aide du théorème de Pythagore, à la condition d'avoir deux longueurs apparentes mesurées selon deux axes qui sont perpendiculaires l'un à l'autre. Grâce au théorème de Pythagore, les géomètres grecs pouvaient se mettre d'accord sur la longueur d'une poutre quel que soit son état de rotation.



$c^2 = a^2 + b^2$, *où*

c est la longueur vraie de l'objet, qui est identique pour tous,

a et b sont des longueurs apparentes qui dépendent de l'observateur

Il en va exactement de même avec la théorie de la relativité. Le fait observé que la vitesse de la lumière soit indépendante de l'observateur en fait une grandeur physique objective. Mais cela implique aussi que les mesures de longueur et de durée qu'on emploie dans la vie courante ne sont qu'apparentes.

Il existe pourtant bien une durée objective, sur laquelle tous peuvent se mettre d'accord, qu'on appelle le « *temps propre* », et qui correspond au temps qui s'écoule directement pour un observateur et pour tous les objets immobiles par rapport à lui. De même, il y a une longueur objective, «au repos».

En revanche, un observateur en mouvement par rapport à ce qu'il mesure n'obtiendra que des valeurs *apparentes* pour les durées et les longueurs. Ces mesures sont différentes pour chaque état de mouvement, de la même façon que la perspective est différente pour chaque état de rotation. Tout comme dans le cas de la géométrie euclidienne, on peut néanmoins quand même mettre d'accord les observateurs entre eux en combinant deux mesures complémentaires, qui jouent le rôle des « deux autres cotés » du triangle rectangle dans le théorème de Pythagore.

❖

Les règles de calcul sont d'ailleurs extraordinairement similaires au théorème de Pythagore. La seule différence est qu'on utilise un signe moins lorsqu'on combine des longueurs et des durées.

La formule relativiste correspondra ainsi à:

$$\tau^2 = t^2 - x^2, \text{ où}$$

τ est une durée objective, identique pour tous les observateurs,
t et x sont les durées et longueurs apparentes respectivement.

En pratique, il faut y ajouter un facteur c appelé célérité de la lumière, qui n'est nécéssaire que parce que l'espèce humaine n'avait pas vu avant Einstein que l'espace et le temps étaient de même nature, et a donc pris l'habitude naïve de les mesurer dans des unités différentes:

$$c^2\tau^2 = c^2t^2 - x^2$$

Dans cette nouvelle perspective, nous nous «déplaçons» en permanence le long de l'axe du temps. Il est d'ailleurs très dur pour la plupart des gens d'arrêter ce glissement continu le long du temps. Quoi qu'ait pu en dire Lamartine, « *Oh temps ! suspends ton vol* » est assez généralement considéré comme un vœu pieux.

Le facteur c entre les mesures d'espace et de temps exprime aussi le fait que la distance parcourue dans l'espace-temps chaque seconde correspond à environ 300 000 km dans l'espace, c'est à dire, à peu de choses près, la distance Terre-Lune. Nous avançons « à la vitesse de la lumière» le long du temps!

Cet énorme facteur c explique aussi pourquoi les effets de la relativité sont négligeables à échelle humaine.

On peut illustrer cela avec le pilote d'un Mig-25, un avion de combat qui peut voler à presque 3600 km/h. C'est très rapide, et c'est un nombre pratique, puisque cela correspond à un kilomètre par seconde. Pourtant, ce pilote, à chaque seconde, va avancer le long du temps non pas d'un tout petit kilomètre mais bien de 300 000…

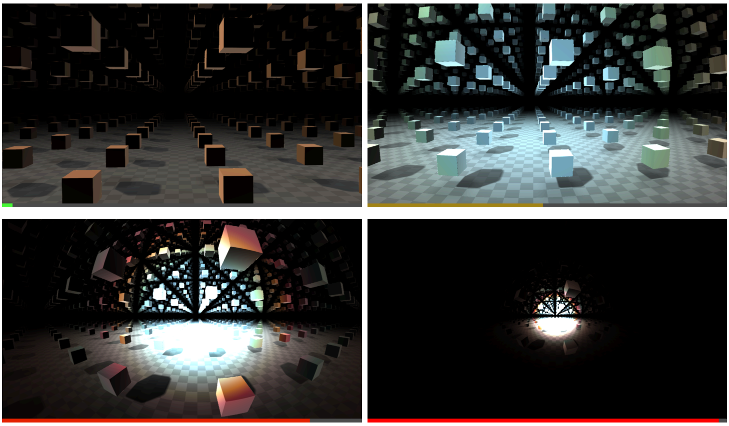
Comparons maintenant sa trajectoire dans l'espace-temps à celle d'un observateur « rampant », resté au sol. À 3600 km/h, on pourrait s'attendre à ce que les deux trajectoires se distinguent facilement l'une de l'autre. On peut vérifier que ce n'est pas le cas en les traçant sur un écran d'ordinateur. Représentons le temps le long de l'axe horizontal, et l'espace le long de l'axe vertical, dans les deux cas à raison d'un kilomètre par pixel.

La trajectoire du rampant sera donc une ligne horizontale de 300 000 pixels. La trajectoire de l'avion sera une ligne de 300 000 pixels horizontalement et *un* pixel verticalement. Pour se fixer les idées, l'ordinateur sur lequel j'écris ce livre a une résolution d'environ 3000 pixels horizontaux, et ces pixels sont assez petits pour ne pas être visibles à l'oeil nu.

Pour représenter la trajectoire de l'avion, il faudrait donc 100 ordinateurs de ce type placés côte à côte, et la trajectoire de l'avion ne s'écarterait de l'horizontale que d'*un seul tout petit pixel invisible à l'oeil nu* au bout de ces 100 ordinateurs. L'écart entre un des avions de chasse les plus rapides du moment et un observateur immobile est donc tout à fait inobservable si on n'utilise pas des instruments très précis. Les effets relativistes ne sont pratiquement pas détectables même à cette vitesse. Pour qu'ils deviennent plus notables, il faut parcourir non pas un kilomètre par seconde mais dix mille.

Pourtant, si on va assez vite, les effets de perspective relativiste *vont* apparaître. Les physiciens l'ont observé expérimentalement de diverses façons, comme dans les accélérateurs de particules où on peut faire atteindre à de toutes petites quantités de matière des vitesses assez proches de celle de la lumière pour pouvoir vérifier les effets de la relativité.

On sait aussi simuler ces effets par ordinateur pour en faire un rendu, à la façon d'un jeu vidéo 3D calculant les effets de la perspective « normale ». Un champ de cubes observé à des vitesses différentes se déforme et change de couleur[37], comme illustré ci-dessous :



Le changement de couleur correspond au phénomène appelé « *décalage vers le rouge* » quand il s'applique à des étoiles lointaines, qui s'éloignent de nous. En effet, la fréquence de la lumière venant de ces objets diminue, et pour la lumière visible, cela correspond à un décalage

[37] Images générées par *Relativistic Starter Kit*, de Sébastien Durand, https://www.shadertoy.com/view/ldBSDt

des couleurs vers les basses fréquences, et donc vers le rouge. Dans la simulation utilisée pour ces images, que je vous invite à essayer, on peut d'ailleurs observer cet effet pour les cubes qui se trouvent vers l'arrière.

Au contraire, pour les cubes situés vers l'avant dans le sens du déplacement, comme ceux qu'on observe dans les images ci-contre, la fréquence de la lumière augmente et les couleurs se décalent vers le bleu.

Le besoin d'identifier des valeurs objectives afin de pouvoir se mettre d'accord sur le calcul des quantités apparentes est d'ailleurs ce qui a conduit Einstein à la fameuse formule $E = mc^2$.

En effet, la formule classique de l'énergie cinétique, une grandeur qui dépend de la vitesse et semblait donc être une grandeur apparente, ne varie pas de la façon attendue, c'est à dire selon les règles de ce que nous avons appelé la perspective relativiste. Einstein en a donc déduit que l'énergie cinétique n'était pas une bonne quantité physique en relativité.

Pour corriger cela, il fallait supposer l'existence d'une énergie « au repos » directement liée à la masse. Ici, «au repos» a le même sens que pour le temps propre τ dont nous avons parlé précédemment. C'est la valeur observée par un opérateur pour les objets immobiles par rapport à lui. L'existence d'une telle énergie au repos conduit à parler d'équivalence entre masse et énergie.

Si on suppose que la masse correspond à une énergie au repos de valeur $E = mc^2$, et si on calcule la valeur apparente de cette énergie dans le cas d'un mouvement par rapport à celui qui fait la mesure, en suivant les mêmes règles de perspective déduites du « théorème de Pythagore avec un signe moins », alors la variation de l'énergie correspond exactement à l'énergie cinétique habituelle, au moins pour les basses vitesses.

En bref, Einstein a découvert l'existence de cette énergie au repos, liée à la masse, en partant du seul principe de relativité, qui exigeait que les seules vraies quantités physiques se déforment selon la perspective relativiste. Franchement, je trouve ça assez génial!

Un principe de relativité permet donc de déduire et prédire des effets tout à fait mesurables, comme la façon dont il faut combiner les distances et les durées apparentes, dépendant de l'observateur, pour calculer les durées et les distances au repos sur lesquelles tous les physiciens pourront se mettre d'accord. Elle permet même de déduire l'existence de grandeurs physiques insoupçonnées, comme l'énergie au repos liée à la masse. Toute l'énergie atomique que l'on produit dans nos centrales nucléaires dérive de ce petit raisonnement relativiste.

La relativité générale d'Einstein est basée sur une extension du principe de relativité. Le théorème de Pythagore avec un signe moins tel que formulé plus haut dans ce chapitre se limite en effet aux *référentiels inertiels*, c'est à dire ceux qui se déplacent à une vitesse constante les uns par rapports aux autres.

La généralisation proposée dix ans plus tard affirme, elle, que des lois de la physique acceptables doivent pouvoir être exprimées de façon identique quel que soit l'état de mouvement, y compris quand le mouvement n'est pas à vitesse constante, c'est à dire en présence d'accélération. Comme pour la relativité restreinte, cela permet à Einstein de déduire plein de choses, dont une théorie de la gravitation résultant d'une courbure de l'espace-temps. Et tout comme en relativité restreinte, il y a un prix à payer, à savoir le besoin de préciser la distribution de matière et d'énergie pour connaître la «forme» de l'espace-temps.

❖

La théorie des mesures incomplètes propose, elle, un principe de relativité encore plus large, qui a lui aussi des conséquences très significatives.

Là où Einstein proposait de mettre d'accord les physiciens quel que soit leur état de mouvement, on peut souhaiter vouloir les mettre d'accord quel que soit l'instrument de mesure utilisé. Cela intègre donc de façon évidente le principe de relativité d'Einstein, puisque « quel que soit l'instrument » inclut bien sûr le cas d'instruments en mouvement. Cela intègre aussi d'autres principes similaires qui ont pu être proposés, comme le principe de « relativité d'échelle » de Laurent Nottale, qui sera interprété ici comme s'appliquant à la résolution et à l'amplitude des instruments mesurant des distances.

De même que le principe de relativité d'Einstein oblige à préciser l'état de mouvement, le principe de relativité étendu de la théorie des mesures incomplètes oblige à préciser l'instrument de mesure utilisé. Cela résout un problème que nous avons déjà soulevé à de multiples reprises, qui est le sens exact d'une variable comme x dans une équation.

En théorie des mesures incomplètes, chaque variable doit être associée à une méthode de mesure précise, et on doit expliciter comment on passe d'un instrument à l'autre. Toutes les mesures sont des valeurs apparentes, dépendant de l'appareil utilisé, et les physiciens doivent se mettre d'accord entre eux par le biais d'une certaine procédure d'étalonnage, qui définit la relation entre deux appareils distincts, et joue pour notre nouveau principe de relativité le même rôle que les formules de changement de repère ou le théorème de Pythagore dans les théories classiques.

Comment on le fait en pratique est le sujet que nous allons maintenant aborder.

Ce qui fait tourner le monde

Les changements de référentiel

Pour garder une bonne perspective de sa propre importance,
chaque personne devrait avoir un chien qui l'adore
et un chat qui l'ignore.

Dereke Bruce

Comme le principe de relativité de la mesure est plus général que la relativité du mouvement, les formules de transformation permettant de passer d'un appareil à un autre sont elles aussi plus générales. Il faut par exemple pouvoir passer d'une image nette à une image floue, ou encore extraire une partie d'un enregistrement sonore.

Une différence fondamentale entre l'approche d'Einstein et celle présentée ici est qu'en théorie de la relativité, toutes les transformations sont *réversibles*. Par exemple, si vous tournez un objet dans un sens, vous pouvez le faire tourner dans l'autre ; si vous allez vers la droite, vous pouvez vous déplacer vers la gauche. Les formules utilisées peuvent être retournées pour être appliquées dans le sens inverse. La relativité sait très bien traiter ce genre de scénario.

Comme le montrent les exemples que nous venons de donner, ce n'est pas le cas le plus général. L'univers ne coopère plus dans des scénarios assez simples. Si vous mesurez un objet qui s'éloigne, la qualité de la mesure va se dégrader avec la distance, et on ne peut pas récupérer l'information ainsi perdue. On le voit bien lorsqu'on utilise un « zoom numérique » sur une caméra : à part dans les séries policières à la télévision, on n'obtient que des gros pixels, et non pas une image magiquement reconstruite en haute résolution. Les modèles continus et réversibles qu'utilise la théorie de la relativité ne peuvent pas rendre compte d'une telle perte de résolution, un effet irréversible qui n'apparaît que dans le cas discret.

Pourtant, toutes les transformations permettant de passer d'un appareil de mesure à un autre peuvent se représenter d'une façon très simple, au moins sur le plan conceptuel. Il suffit d'utiliser une table de nombres reliant entre eux les probavecteurs correspondant aux deux mesures.

Par exemple, considérons une expérience où nous souhaitons établir s'il y a une relation entre la position d'un interrupteur et le fait que la lampe soit allumée. On pourrait repérer la position de l'interrupteur avec deux états, qu'on appellera «*haut*» et «*bas*», et de même, on pourrait nommer «*allumée*» et «*éteinte*» les deux états de la lampe. On pourrait avoir observé par exemple 6 états haut et 4 états bas pour l'interrupteur. Cela forme un probavecteur décrivant notre connaissance de notre interrupteur. De même, on pourrait avoir noté 12 cas où la lampe était allumée, et 21 cas où la lampe était éteinte, là encore un probavecteur.

Les deux mesures sont indépendantes. Par exemple, je peux observer l'état de la lampe et de l'interrupteur à des moments différents. Cela explique pourquoi on n'a pas forcément le même nombre de mesures pour les deux objets observés.

En effet, ce que les probavecteurs nous disent, c'est qu'on a mesuré l'état de l'interrupteur 10 fois, et celui de la lampe 33 fois. Cela pourrait être parce qu'on a décidé de ne mesurer l'état de l'interrupteur que lorsqu'on veut changer l'état de la lampe, ou peut être que la lampe est dans une pièce et l'interrupteur dans une autre. Quoi qu'il en soit, avec la base de ces seules données, je ne peux pas vraiment établir de relation entre l'état de la lampe et celui de l'interrupteur.

Pour pouvoir établir une relation entre l'interrupteur et la lampe, il faut que je fasse des mesures *simultanées*. Je peux alors établir un tableau de correspondance, qu'on appelle un «*produit probavectoriel*» entre les deux mesures :

	Allumée	**Éteinte**
Haut	4	0
Bas	0	5

Dans ce cas, on voit apparaître une corrélation entre la position «*haut*» de l'interrupteur et l'état «*allumée*» de la lampe. Cette corrélation est forte, parce qu'il n'y a pas de cas combinant par exemple « *haut* » et « *éteinte* ». On peut déduire de ce tableau la règle que la lampe est allumée quand l'interrupteur est dans la position haut. Lorsqu'une telle situation se produit, il est légitime de conclure que les deux mesures observent une même réalité physique sous-jacente.

En réalisant cette expérience, on peut obtenir des résultats totalement différents. Par exemple, on saura détecter le fait qu'une lampe a cessé de fonctionner si, après avoir eu l'habitude de l'expérience précédente, on se met à observer les états ci-dessous :

	Allumée	Éteinte
Haut	0	5
Bas	0	5

Il peut aussi arriver qu'il n'y ait pas de corrélation aussi évidente entre les deux mesures que l'on a choisies. Ce serait le cas pour l'ampoule s'il y avait un système à deux interrupteurs contrôlant la même lampe, ce qu'on appelle un va-et-vient. Mais c'est aussi le cas pour tous les phénomènes relevant du hasard.

Considérons par exemple le cas d'une personne qui souhaite tester s'il y a une corrélation entre la valeur indiquée sur une pièce et son comportement dans un jeu de pile ou face. On s'attend, sur la base de toutes les expériences passées avec les pièces de monnaie, à ce que le type de pièce ne joue pas de rôle, et que chaque pièce donne environ 50% de face et 50% de pile. Bien sûr, ça n'a pas à être parfaitement exact.

Par exemple en lançant dix fois chaque type de pièce, on pourrait avoir :

	50c	**20c**	**10c**	**5c**
Pile	5	6	4	7
Face	5	4	6	3

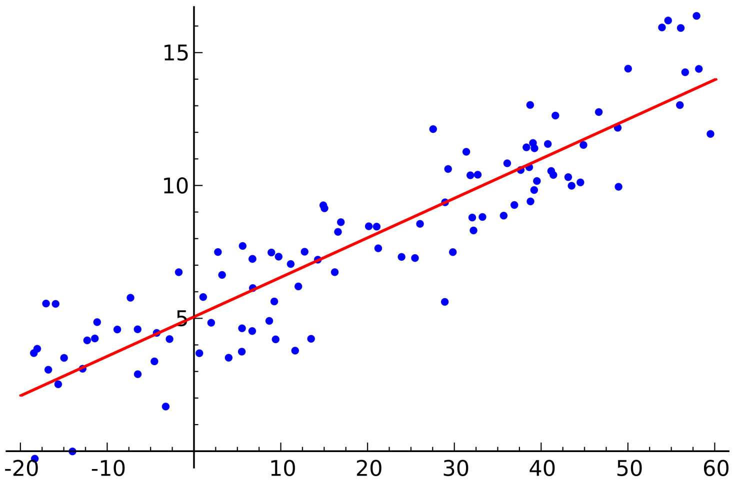
Mais il est aussi possible qu'on obtienne un état qui s'écarte franchement de ce qu'on attend :

	50c	**20c**	**10c**	**5c**
Pile	5	0	4	7
Face	5	10	6	3

Il y a fort à parier que si vous obtenez ce résultat, vous regarderez la pièce de 20 centimes d'un peu plus près afin de vérifier pourquoi elle n'a pas le comportement attendu. Cet exemple montre que cette méthode est en mesure d'offrir un modèle opérationnel même pour les situations de triche ou de falsification des données. C'est du reste un champ de recherche intéressant en statistiques que de détecter la fraude.

Lorsqu'on fait un grand nombre d'expériences, une représentation fréquente d'un produit probavectoriel est ce qu'on appelle un nuage de points, un « tableau de pixels ». Cette approche est particulièrement adaptée lorsque le nombre d'expériences est faible par rapport à tous les résultats possibles.

La figure qui suit est un exemple d'un tel nuage de points. Chaque point indique une mesure simultanée d'une valeur sur l'axe horizontal et d'une autre sur l'axe vertical, en d'autre termes, un probavecteur ayant une valeur non-nulle pour cette paire de valeurs. Notez que cela ne permet pas de dire si un résultat a été obtenu plus d'une fois.

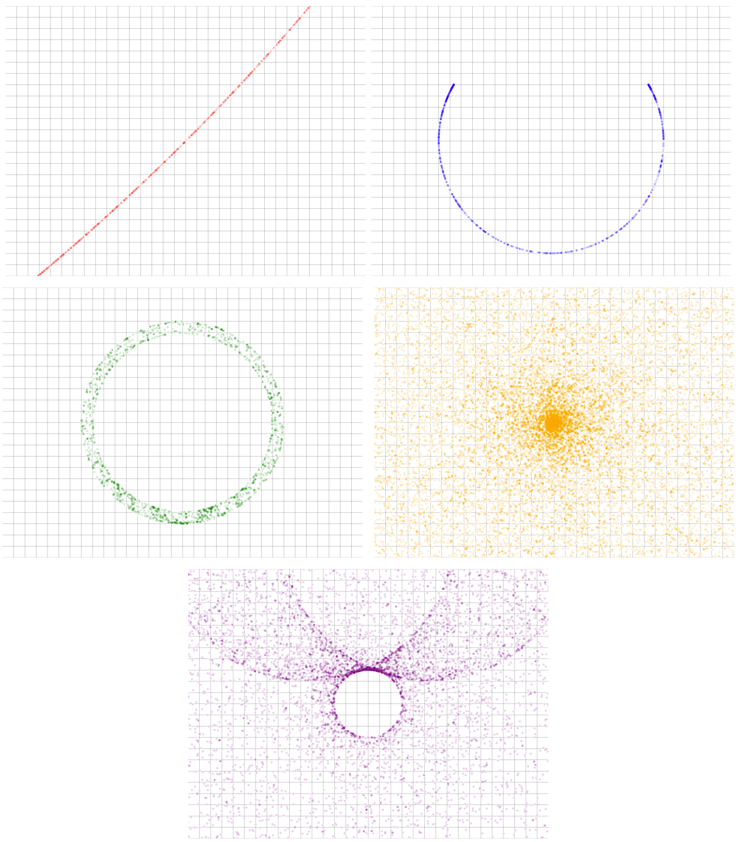


Dans l'article Wikipedia associé, l'illustration du nuage de point ci-dessus[38] est accompagnée d'une ligne rouge qu'on appelle une «*droite de régression*». Cette ligne rouge correspond à la loi algébrique représentant le mieux les observations. C'est le type de modèle qu'a utilisé la physique jusqu'à présent. Certes, ce modèle est plus simple que le nuage de points en bleu, mais est-il plus correct pour représenter la réalité physique?

À l'inverse, on peut à partir d'une même loi algébrique générer des nuages de points (ou des probavecteurs) qui ont des apparences très différentes.

[38] Exemple tiré de https://fr.wikipedia.org/wiki/Nuage_de_points_(statistique).

Considérons le cas d'un double pendule, c'est à dire d'un pendule accroché au bout d'un autre pendule. En fonction de la longueur et du débattement de chaque pendule, on peut obtenir une grande variété de répartition des points sur la trajectoire de l'extrémité du double-pendule. En particulier, on peut générer tous les nuages de points ci-dessous.



Le premier nuage de points de cette série, obtenu quand un des deux bras a une longueur nulle et l'autre est très grand, semble établir une relation très simple entre la mesure de position horizontale et verticale, mais au fur et à mesure qu'on avance dans la série, on voit des comportements de moins en moins simples. Pourtant tous ces exemples dérivent de la même loi algébrique de base.

Ainsi, le second diagramme, en bleu, correspond à un bras de longueur nulle et l'autre assez court pour que toute l'amplitude du débattement tienne sur la figure. Le troisième diagramme, en vert, correspond au cas où le premier bras fait un tour complet, le deuxième bras plus court tournant autour de son extrémité.

Si on ne dispose que des données du diagramme en rouge, on serait tenter de penser qu'il y a une relation simple entre la mesure horizontale et la mesure verticale. Si on avait le temps mesuré par une horloge sur l'axe vertical et celui mesuré par une montre à quartz sur l'axe horizontal, on pourrait par exemple en déduire que la première accélère avec le temps, mais néanmoins accepter que les deux mesurent «*le temps*».

Cette corrélation forte entre les deux mesures n'est pourtant qu'une illusion, qui ne tient plus dès qu'on considère les autres images de la série. Le principe de relativité étendu proposé pour la théorie des mesures incomplètes nous invite donc à ne plus se limiter aux relations algébriques simples, comme celle illustrée par une droite de régression, mais à considérer de façon plus générale toutes les transformations entre mesures que l'on peut exprimer de façon quantitative par un produit probavectoriel.

La relation entre le jour et le nombre de nanosecondes dont nous avons parlé au chapitre *Physique et Mathématiques* en est un bon exemple réel dans le domaine des mesures de temps.

❖

On peut tirer des observations faites ci-dessus deux conclusions diamétralement opposées :

- On peut estimer que les nuages de points ou les tableaux de nombres sont une représentation assez inefficace, puisqu'une même loi algébrique simple peut générer autant de variations. Il faudrait donc préférer les équations aux nuages de points, et rechercher la ligne de régression en rouge, qui a un pouvoir explicatif plus fort que les valeurs en bleu. C'est l'approche de la physique traditionnelle, et elle reste *parfaitement légitime* même dans le cadre de la théorie des mesures incomplètes. En effet, elle nous permet de modéliser les cas les plus simples à l'aide de lois simples, et cela a un grand pouvoir prédictif.
- On peut au contraire remarquer que les nuages de points sont une représentation beaucoup plus générale, qui permet de prendre mieux conscience de la grande complexité des relations possibles entre grandeurs physiques, complexité qui peut ne pas être apparente au premier abord. C'est le point de vue de la théorie des mesures incomplètes, mais c'est aussi, en un sens, une position de repli, une approche plus générale mais à laquelle il ne faut se résoudre que si une modélisation plus simple a échoué.

Il faut cependant retenir que, même si une formulation analytique peut générer des variations très riches, il reste des cas où il n'est pas du tout évident que cette modélisation soit possible. Par exemple, l'image ci-dessous ne peut pas être générée à l'aide d'un double pendule, quels que soient les paramètres qu'on y met :

Une telle image est fascinante, car elle révèle toute la complexité des phénomènes physiques qui entrent en jeu dans certaines mesures pourtant quotidiennes. Elle illustre aussi comment un probavecteur peut capturer toute cette complexité. Dans cette photographie, on observe en effet des phénomènes de dispersion de la lumière par des gouttes d'eau, qui créent un arc-en-ciel, lui même colorant et modifiant les mesures de lumière et de couleur venant de l'arrière-plan !

On a donc une mesure d'image qui est terriblement peu pratique pour la modélisation algébrique simple, et qui pourtant représente une réalité physique qu'on n'a pas le droit d'ignorer parce qu'elle est banale.

Le principe de relativité, même étendu, reste donc toujours un choix de la part du théoricien. Il est tout à fait légitime pour un physicien de l'ignorer dans une situation assez simple pour que cela soit justifié et utile. Si on voulait se représenter la trajectoire de la lumière à travers l'objectif quasi-idéal d'un appareil photo, plutôt qu'à travers un nuage de gouttelettes projetées par un jet d'eau, on pourrait s'en tenir à un modèle beaucoup plus simple que celui dont on a besoin pour pouvoir comprendre la photo ci-dessus.

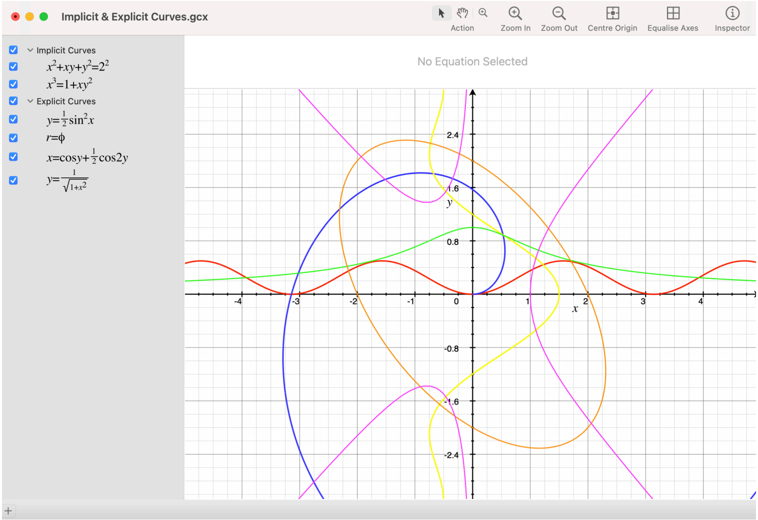
De même, si on veut calculer un temps de trajet en voiture, on n'a pas plus besoin de la théorie des mesures incomplètes que de la relativité générale. Le meilleur modèle dans ce cas, au sens du modèle le mieux adapté à la situation et le plus pratique, reste l'équation simple disant que le temps de trajet est la distance divisée par la vitesse.

❖

Un produit probavectoriel peut concerner un nombre arbitraire de mesures. Il suffit d'avoir une « case » pour dénombrer le nombre de résultats observés pour chaque combinaison de résultat de mesure possible. Bien sûr, le produit probavectoriel devient alors très volumineux et difficile à appréhender, mais cela n'ajoute aucune complexité au mécanisme.

Un autre aspect pratique de cette approche est que le produit probavectoriel est lui-même un probavecteur. Ainsi, les pixels sur un écran d'ordinateur rectangulaire peuvent aussi être vus comme la relation entre les probavecteurs déterminant la position verticale (les « lignes » de l'écran) et la position horizontale (les « colonnes »). Si vous voulez savoir la position de la souris sur l'écran, il vous suffit de savoir la mesure de sa position verticale et horizontale pour la retrouver.

Lorsqu'on a une représentation numérique des mesures, on peut toujours transformer une relation algébrique entre mesure en représentation probavectorielle. De nombreux programmes permettent d'ailleurs de tracer des fonctions arbitraires sur l'écran de votre ordinateur, effectuant exactement cette opération, comme illustré sur la capture d'écran ci-dessous[39].



L'inverse en revanche n'est pas vrai, comme nous l'avons déjà vu avec l'exemple de l'image d'une fleur, où la représentation sous forme de probavecteur est très

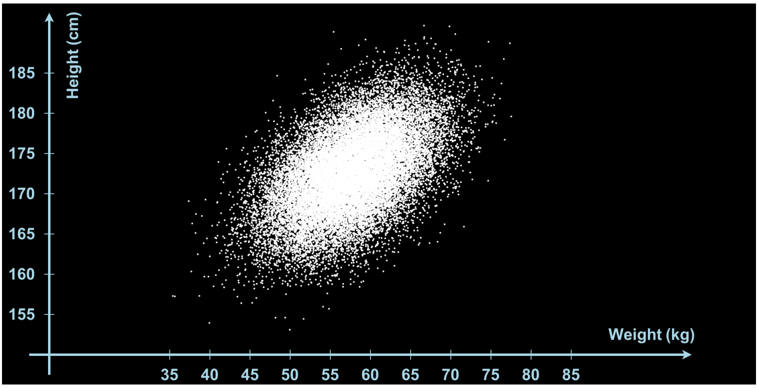
---

[39] Il s'agit dans ce cas du programme *Grapher*, intégré à macOS.

simple, et peut être affichée par un écran d'ordinateur, mais pour laquelle aucune représentation sous forme algébrique n'a un quelconque intérêt pratique.

La même observation peut être faite pour les produits probavectoriels. Certaines relations s'expriment bien sous forme algébrique, mais le cas le plus général ne peut pas l'être. À nouveau, on rappellera l'exemple de la relation entre la durée du jour et un comptage de nanosecondes pour souligner que cela peut être vrai même si on parle de mesures de « la même chose » (en l'occurrence le temps). Mais c'est à fortiori encore plus vrai si on met en relation des mesures arbitraires.

La science ne sait en réalité pas faire autrement dans le cas de certaines mesures empiriques. Par exemple, le nuage de point ci-dessous montre la relation entre la taille et le poids des étudiants américains[40].



De tels exemples, et ils sont nombreux, permettent de souligner comme nous l'avons déjà fait que, de même

[40] Données tirées de *25,000 Records of Human Heights and Weights*, projet UCLA SOCR.

que le Bourgeois Gentilhomme de Molière faisait de la prose sans le savoir, les scientifiques utilisent déjà une approche probavectorielle depuis belle lurette.

En partant d'un principe de relativité étendu qui veut que l'on souhaite pouvoir mettre d'accord les physiciens quel que soit l'instrument de mesure qu'ils choisissent, nous en avons déduit une représentation générale des corrélations entre mesures physique à l'aide d'un tableau de corrélation que nous avons appelé *produit probavectoriel*.

Cette représentation, qui peut elle-même être vue comme un probavecteur, permet à la fois de représenter les données empiriques, les prédictions théoriques, et les changements de référentiel permettant de passer d'un instrument à l'autre.

De par sa construction, cette représentation des lois de la physique est d'une part entièrement discrète, ne faisant nullement appel à des mathématiques continues, et d'autre part statistique, permettant d'évaluer les probabilités d'avoir tel ou tel résultat. Elle peut bien sûr représenter des situations déterministes, comme nous l'avons vu avec l'interrupteur et la lampe, mais aussi des situations aléatoires, comme l'étude des jets de pile ou face. Elle permet même d'étudier statistiquement les cas de triche, comme nous l'avons vu avec la pièce de 20 centimes qui donne toujours le résultat «face».

De la même façon que le principe de relativité d'Einstein permettait de mettre les physiciens d'accord dans un plus grand nombre de cas, à condition de bien préciser l'état de mouvement, le principe de relativité présenté ici permet de les mettre d'accord quels que soient les instruments utilisés, à condition de fournir un état du choix d'instrument pour chaque mesure.

Néanmoins, il reste un gros problème à résoudre pour pouvoir abandonner complètement le calcul infinitésimal et les mathématiques continues qui vont avec. En effet, on ne doit pas oublier que ces techniques ancestrales se sont fait apprécier pour leur pouvoir prédictif important, permettant de calculer ce qui va se passer immédiatement après. Cela leur permet de prédire que les planètes suivent des orbites elliptiques, ou la forme des ondes à la surface de l'eau.

Comment peut on, avec un modèle discret, prédire une belle onde bien lisse, ces fameux « ronds dans l'eau » qui apparaissent quand on jette un caillou ? C'est le problème de l'apparition des cercles dans la nature que nous avons évoqué précédemment. Nous allons donc maintenant parler de la « fabrique à ondes » de la théorie des mesures incomplètes, l'algorithme de Bresenham.

La fabrique à ondes

L'algorithme magique de Bresenham

La courbe est le plus joli chemin entre deux points

Mae West

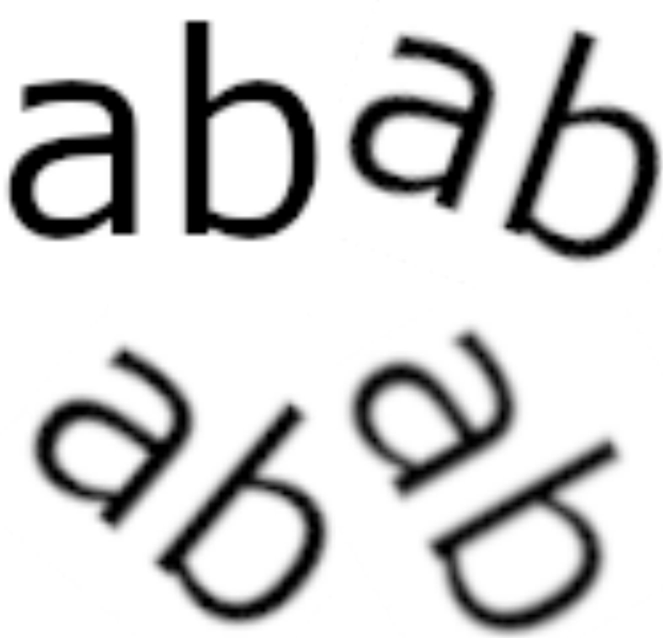
Un des obstacles les plus tenaces durant l'élaboration de la théorie des mesures incomplètes a été pour moi de comprendre comment traiter les rotations. Et pourtant, j'avais trouvé la solution dans ma jeunesse, mais il a fallu très longtemps pour que je fasse la connexion mentale nécessaire entre deux idées disjointes.

Pendant très longtemps, j'ai envisagé et exploré de nombreuses formulations discrètes de la physique. Mais je me heurtais à un problème qui m'a bloqué pendant des années : on peut faire tourner exactement un objet mathématique dans un espace continu, mais seulement de façon approximative dans un espace discret. Et cela n'arrive pas que dans des cas compliqués.

Prenez un carré de dix pixels de coté sur un écran. Faisons le tourner de 45°. Ça a l'air facile, comme ça, puisqu'il suffit de produire des lignes diagonales. Mais combien de pixels ces lignes doivent-elles faire ?

Le théorème de Pythagore me prouve qu'il faut $10 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$ pixels, soit à peu près 7,07107 pixels. On peut évidemment arrondir à 7 pixels, mais alors si on tourne le carré résultant de 45°, on a maintenant un carré qui fait moins de dix pixels de coté. C'est ennuyeux…

Cet effet est cumulatif. Si vous disposez d'un logiciel de retouche d'image à base de pixels, comme Gimp, vous pourrez faire l'expérience de faire tourner une image en basse résolution plusieurs fois. Vous constaterez que cela déforme l'image et introduit une espèce de flou causé par les approximations successives et ce qu'on appelle le «*rééchantillonnage*» de l'image:



Cet erreur cumulative suggère qu'une rotation réalisée à l'aide de produits de probavecteurs, de la façon décrite au chapitre précédent, ne va pas avoir tout à fait l'effet souhaité.

En fait, le problème présenté ainsi est mal posé, parce que nous essayons, sans en avoir conscience, de plaquer une approche infinitésimale, où toute grande rotation est équivalente à une combinaison de rotations plus petites, plus « simples », sur une représentation discrète, où ce n'est pas le cas. Et ça, en fait, je le savais au moins depuis le jeu *Alpha Waves*[41] que j'avait écrit quand j'étais étudiant, où toutes les rotations étaient faites par des calculs en nombres entiers. Mais je considérais que les rotations réalisées par ce programme étaient « un gros hack », une approximation, et non pas la réalité.

Pour mieux comprendre le problème, il nous faut d'abord étudier la façon dont les ordinateurs tracent des lignes, des cercles ou d'autres courbes sur une grille de pixels.

❖

Remontons aux début des années 1980. À cet époque, ce qui fait rage chez les adolescents, ce sont les premiers ordinateurs personnels à peu près abordables.

En France, une marque en particulier se distingue, le britannique Sinclair, qui a beaucoup de succès grâce à des prix très bas. Mon premier « *vrai* » ordinateur a été un Sinclair ZX-81, une machine possédant en tout et pour tout un kilo-octet de mémoire vive. Pour se fixer

---

[41] Voir https://en.wikipedia.org/wiki/Alpha_Waves

les idées, sur une machine moderne, c'est la quantité de mémoire utilisée par le curseur de souris à sa taille minimale[42]. C'était tellement peu, même à l'époque, qu'une propriété tout à fait unique du ZX-81 était qu'on pouvait se retrouver à court de mémoire simplement en affichant du texte à l'écran.

C'est donc avec excitation que j'ai remplacé cette première machine par un ZX Spectrum, sorti en 1982. Outre un affichage en (8) couleurs, qui lui donnait son nom, le Sinclair ZX Spectrum avait aussi des capacités graphiques, certes très modestes, mais réelles. Cette machine dessinait des pixels sur une télévision avec une résolution de 256 colonnes par 192 lignes, ce qu'à l'époque on appelait fièrement « haute résolution ». À nouveau, à titre de comparaison, la tablette sur laquelle je relis ce texte a environ 100 fois plus de pixels sur son petit écran. Même la plupart des montres connectées d'aujourd'hui offrent plus de pixels sur leur minuscule écran que cette «haute résolution» de l'époque...

Parmi les commandes intégrées au langage BASIC intégré au ZX Spectrum, on trouvait de quoi dessiner des lignes et des cercles à l'écran. Le tracé de lignes était relativement rapide. Celui de cercles, en revanche, était comparativement très lent, prenant de l'ordre d'une seconde par cercle[43].

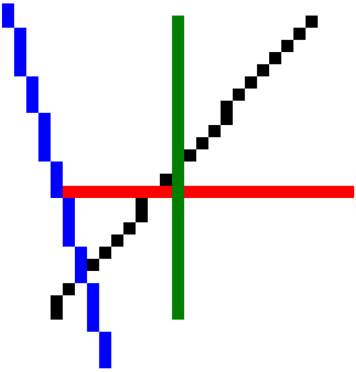
Assez vite, comprendre comment cette machine faisait pour tracer des lignes est devenu pour moi une énigme obsédante. Les lignes horizontales, verticales ou

---

42 Pour 16 pixels de coté, chaque pixel utilisant 4 octets, 16x16x4=1024 octets.

43 .Voir https://www.youtube.com/watch?v=sdccAInujFU

diagonales ne me posait pas de problème. Le cas le plus intéressant était bien sûr celui des lignes en biais « pas évidentes », comme celles affichées en noir et bleu dans la figure ci-dessous.



Comment choisir la position des pixels successifs ? Combien de déplacements horizontaux avant de passer à un déplacement vertical, et inversement ?

J'ai passé des heures à l'analyser le code écrit par les ingénieurs de Sinclair qui faisait cette opération. La méthode était en fait assez simple. Elle consistait à choisir entre un déplacement vertical ou horizontal en testant si une certaine valeur était positive ou négative. Lors d'un déplacement horizontal, on diminuait cette valeur de la distance verticale à parcourir. En revanche, lors d'un déplacement vertical, on l'augmentait de la distance horizontale. Procéder ainsi avait pour résultat de maintenir la proportionnalité souhaitée.

Cet algorithme est remarquablement simple, n'ayant besoin que d'additions, soustractions et comparaisons sur des nombres entiers. Cela lui permettait d'être rapide et efficace même sur un microprocesseur 8-bits comme le Zilog Z80 qui animait le ZX Spectrum. Mais j'avais du mal à comprendre *pourquoi* il marchait si bien. Je constatais qu'il marchait, mais la raison m'échappait. Prenez un peu de temps pour essayer de le décortiquer par vous-mêmes...

❖

Je remarquai d'abord que si on démarrait avec une certaine valeur, par exemple 0, et que si on traçait une ligne de 13 pixels horizontalement et 29 verticalement, à la fin on aurait ajouté 13 fois 29, et soustrait 29 fois 13. Après avoir tracé le segment de droite, on retrouverait donc toujours la valeur 0 du départ. Le deuxième indice fut l'observation que chaque opération rapprochait la valeur de zéro. Quand elle était positive, l'algorithme la réduisait, et il l'augmentait si elle était négative.

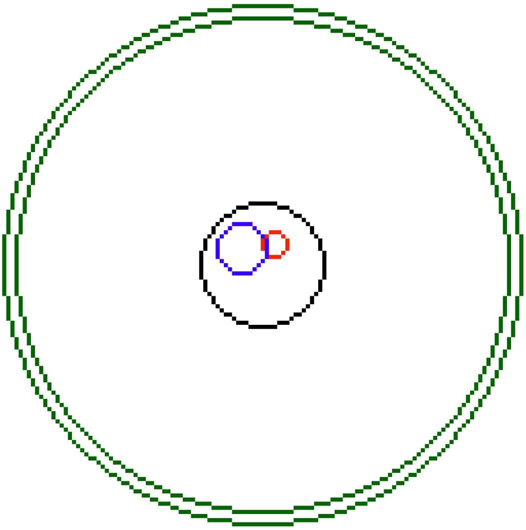
Ces deux indices ensemble suffirent à me convaincre que cet algorithme était en fait en train de *résoudre* numériquement une équation, et plus précisément l'équation de la droite. Vous vous souvenez peut être qu'une droite a une équation $ax + by + c = 0$, où le vecteur $(b, -a)$ est ce qu'on appelle le *vecteur directeur* de la droite. La valeur accumulée était tout simplement la valeur de $ax + by + c$, calculée pas à pas.

En effet, si on traçait un segment de h pixels le long de l'axe x et v pixels le long de l'axe y, cela correspondait à un vecteur directeur de coordonnées (h, v), et une équation possible pour la droite était alors $vx - hy + c = 0$. Pour un déplacement d'un pixel le long de l'axe x, cette valeur augmente de la quantité v. Pour un déplacement le long de l'axe y, cette valeur diminue de la quantité h. On cherche ensuite juste à se rapprocher de zéro. C'est exactement ce que fait notre algorithme.

J'ai alors compris *pourquoi* l'algorithme marchait. C'était simplement une façon de résoudre l'équation de la droite à tracer, numériquement, de façon approchée, et en n'utilisant que des nombres entiers. Dans mon interprétation de l'époque, je considérais donc cette méthode comme une *approximation*, puisque comme tout le monde, j'avais appris que l'équation de la droite était définie sur des coordonnées en nombres réels, dont la parfaite continuité était assurée par une belle infinité de décimales après la virgule.

Ayant une théorie du fonctionnement de ce code, je me suis demandé tout de suite si on pouvait résoudre d'autres équations de cette façon, à commencer par celle du cercle, $x^2 + y^2 = r^2$. La réponse à cette question est affirmative. L'algorithme pour le cercle est légèrement plus compliqué, mais pas de beaucoup. Surtout, il peut encore être évalué entièrement en nombre entiers.

Comme pour l'algorithme traçant des lignes, cette méthode produit non seulement une approximation acceptable de cercles de toute dimension, mais on peut même se convaincre qu'il s'agit d'une des meilleures possibles. Le tracé produit se trouve toujours au plus à un pixel de distance du « vrai » cercle, celui qu'on aurait sur l'écran si on avait des nombres réels et un nombre infini de pixels. La figure ci-dessous illustre quelques exemples des cercles produits par cet algorithme.



Tracé de cercles par l'algorithme de Bresenham

Comme je l'ai déjà indiqué dans le chapitre *Genèse de la théorie*, j'ai appris depuis que ces techniques sont très connue sous le nom d'« *algorithme de Bresenham* », d'après leur découvreur Jack E. Bresenham, chercheur chez IBM dans les années 1960.

Ce qui est, je crois, novateur dans la théorie des mesures incomplètes, est de se poser la question de savoir *où* se trouve l'approximation. La première façon de comprendre le code a été de le voir comme un calcul approché de la réalité mathématique continue. Mais si c'était l'inverse ? Et si les équations de la droite ou du cercle n'étaient, en y regardant de plus près, que des approximations pratiques, mais un peu simplistes, d'une réalité physique discontinue et fonctionnant plus selon des principes similaires aux algorithmes de Bresenham ?

On a vu que ces deux algorithmes n'ont besoin que d'additions, de soustractions et de comparaison entre nombre entiers. Or de très nombreux phénomènes physiques effectuent précisément ces opérations. On peut même penser que c'est ainsi que nous avons appris à compter en tant qu'espèce.

Par exemple, regrouper deux tas de cailloux revient à faire une addition du nombre de cailloux dans les tas. Séparer un tas en deux parties fait une soustraction. Regarder si un tas est plus haut qu'un autre permet de les comparer. Ces trois opérations sont exactes. Il n'y a aucune approximation en jeu. Elles sont aussi très générales, et pour autant que nous le sachions, s'appliquent aussi bien aux molécules d'eau qu'au grains de sables ou aux électrons dans un circuit électrique.

Comme par ailleurs nous avons appris que même la matière qui parait la plus continue est constituée en réalité d'éléments discrets, comme des atomes ou des molécules, ne semble-t-il pas logique de supposer que la nature pourrait bien procéder ainsi ?

Dans cette hypothèse, des « *algorithmes physiques* », analogues à l'algorithme de Bresenham, seraient réalisés dans l'univers par des phénomènes physiques ajoutant, soustrayant ou comparant des quantités de cailloux, de grains de sables, de molécules d'eau, d'électrons ou de quoi que ce soit d'autre. Cette idée permet d'expliquer l'apparition dans la nature non seulement de cercles, mais aussi de phénomènes périodiques et symétriques comme les ondes. En effet, la modélisation de ces phénomènes dans le cadre mathématique continu fait intervenir des fonctions dites « *circulaires* », et est très directement liée aux cercles mathématiques.

Cette hypothèse a l'intérêt qu'on peut la tester aisément. À vrai dire, un collègue et moi-même l'avions testée sans le savoir en codant une simulation d'eau qui utilisait, sans que nous l'ayons remarqué à l'époque, exactement ces principes :

La simulation fonctionne en représentant la hauteur et le déplacement d'eau à l'aide de nombre entiers pour chaque pixel. On effectue ensuite des opérations qui conservent la « quantité » d'eau virtuelle, la comparent à celle des pixels voisins, et en déduit le flux de molécules d'eau virtuelles des pixels où il y en a plus vers ceux où il y en a moins.

Il est fascinant de constater que cette méthode toute simple, et basée sur un modèle de fluide ultra-simplifié, produit, à très bas coût en termes de calcul, des ondes virtuelles qui présentent un comportement remarquablement réaliste[44] :

- D'une part, on peut observer les ondes proprement dites, qui seraient représentées par ce qu'on appelle des fonctions circulaires[45] dans un modèle continu.
- D'autre part, ces ondes virtuelles discrètes exhibent précisément le genre de comportements attendus lorsqu'elles se croisent et se rencontrent, y compris l'apparition d'interférences.
- Enfin, la forme de ces ondes à la surface est elle-même à peu près circulaire. Compte tenu du fait qu'on ajoute des nombres entiers sur une grille de pixels carrés, on aurait pu s'attendre à voir des ondes rectangulaires, mais ce n'est pas le cas.

Ce premier test de notre hypothèse que les ondes dans l'univers peuvent être expliquées par des phénomènes discrets est donc plutôt encourageant.

❖

Au début de la construction de ce qui allait devenir la théorie des mesures incomplètes, le traitement correct des rotations ou des cercles dans le cadre non-continu m'avaient posé un véritable problème. Comme tout le monde, j'avais été formaté intellectuellement à penser en nombre réels, et à considérer le reste comme une approximation.

L'algorithme de Bresenham démontre qu'on peut retourner le problème entièrement, et voir l'apparition

[44] Voir la vidéo https://www.youtube.com/watch?v=ZIBWj-u6-58.

[45] On appelle ainsi les fonctions comme le sinus ou le cosinus.

des ondes ou des cercles comme dérivant de processus physiques de type additif ou comparatif, équivalents matériels de l'arithmétique sur les nombres naturels. Nous avons construit notre fabrique à ondes, et elle est très simple.

Cependant, les objets physique sont très rarement parfaitement droits ou parfaitement circulaires. On peut d'ailleurs se poser la question de ce qui représente le mieux une véritable ligne droite dans l'univers. Se poser la question va nous amener à raconter une petite histoire étonnante concernant la théorie de la relativité d'Albert Einstein, à savoir qu'elle était fausse quand elle a été écrite. C'est ce que nous allons voir maintenant.

Lumière et bouts de métal

La relativité marchait-elle au départ ?

La différence entre théorie et pratique ?
En théorie, il n'y en a pas.
En pratique, il y en a une

Benjamin Brewster[46]

Dans ses écrits, Albert Einstein prend soin d'expliquer ce que sont le temps et l'espace dans la théorie qu'il présente. Il parle en particulier très fréquemment de mesurer le temps avec des horloges, et de mesurer les distances avec des bâtonnets. Ainsi, dès le chapitre 2 de son livre sur la relativité, il écrit :

> *Nous sommes aussi en état de déterminer la distance de deux points sur un corps rigide au moyen de mesures. À cet effet, nous avons besoin d'une droite*[47] *(bâtonnets S) qui nous servira d'unité de mesure. Si maintenant A et B sont deux points d'un corps rigide, la droite qui les relie peut être construite d'après les lois de la Géométrie ; on peut ensuite appliquer sur cette droite la droite S à partir de A autant de*

[46] Cette citation est parfois attribuée par erreur à Albert Einstein.

[47] On parlerait aujourd'hui d'un segment de droite.

> *fois qu'il est nécessaire pour atteindre B. Le nombre des applications successives est la mesure de la droite AB. C'est sur ce procédé que repose toute mesure de longueur.*

La méthode expérimentale décrite est très familière.

Cette façon de faire correspond aussi, sans surprise, à la définition du mètre à l'époque[48]. En effet, celui-ci est alors défini comme la longueur du «*mètre étalon*», un bâtonnet de métal fait d'un alliage de platine et d'iridium, dont l'original était gardé au Pavillon de Breteuil à Sèvres, près de Paris.

C"est sur cette base qu'Einstein élabore d'abord la théorie de la relativité restreinte, puis dix ans plus tard celle de la relativité générale. Cette dernière fait la part belle à la notion de « *courbure* », qui sert entre autres à formuler les lois de la gravitation dans la nouvelle théorie. C'est là qu'un premier problème se pose.

En effet, les considérations géométriques de la relativité générale font qu'il devient difficile de parler de «*ligne droite*». Dans un espace courbe comme celui de la relativité générale, Einstein préfère employer le terme de « *géodésique* ». Notez d'ailleurs que dans la citation précédente, Einstein écrit «*la droite qui les relie peut être construite d'après les lois de la Géométrie*».

Ce qu'il a en tête dans ce chapitre est sans doute le cadre de la géométrie Euclidienne, où une droite est le plus court chemin entre deux points. Mais son choix de formulation est habile, car il sera amené, dix ans plus

48 https://metrologie.entreprises.gouv.fr/fr/la-metrologie/point-d-histoire/histoire-du-metre

tard et, dans son livre, quelques chapitres plus loin, à rejeter, en présence de courbure, ce cas particulier de la géométrie d'Euclide. Les lois de la géométrie sont alors différentes.

Néanmoins, il est raisonnable de penser sur la base de ses écrits que pour Einstein, la mesure de distances se faisait en juxtaposant des bâtonnets, exactement de la façon suggérée par l'utilisation d'un mètre étalon solide pour mesurer les distances terrestres.

❖

En 1961, le Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) adopte une nouvelle définition très différente, qui est basée non plus sur un morceau de métal, mais sur certaines propriétés de la lumière. Pour être précis, la nouvelle définition indique que le mètre est la « *longueur égale à 1 650 763,73 longueurs d'onde dans le vide de la radiation correspondante à la transition entre les niveaux 2p10 et 5d5 de l'atome de krypton 86* ».

Cette définition, qui peut sembler très complexe, repose sur une propriété fondamentale de la matière, à savoir qu'elle émet de la lumière, c'est à dire des ondes électromagnétiques, lorsqu'un atome perd de l'énergie.

Cette perte d'énergie se fait d'une façon qui n'est pas continue, mais quantifiée. On peut donc identifier des « *raies* » en fréquence correspondant aux différents changement de niveau d'énergie possibles, comme par exemple les niveaux qu'on appelle 2 p10 et 5 d5 dans l'atome de krypton. Lorsqu'un atome de krypton émet un photon à cause d'une transition entre ces deux niveaux, la fréquence du photon est déterminée, et donc sa longueur d'onde. C'est cette longueur d'onde qui sert d'étalon au nouveau mètre.

L'intérêt de cette approche est qu'elle améliore la précision de la définition. À l'époque d'Einstein, le mètre de métal était déjà défini au dix-millionième près, au prix de belles prouesses technologiques. Le mètre de 1961 est dix fois plus précis. À noter que la définition a été modifiée une fois de plus depuis, en 1983, là encore en utilisant une autre propriété de la lumière, à savoir sa célérité dans le vide. Cette nouvelle définition est entre cent et mille fois plus précise que celle de 1961.

Les définitions de la seconde évoluent en parallèle avec celle du mètre, et essentiellement selon les mêmes principes.

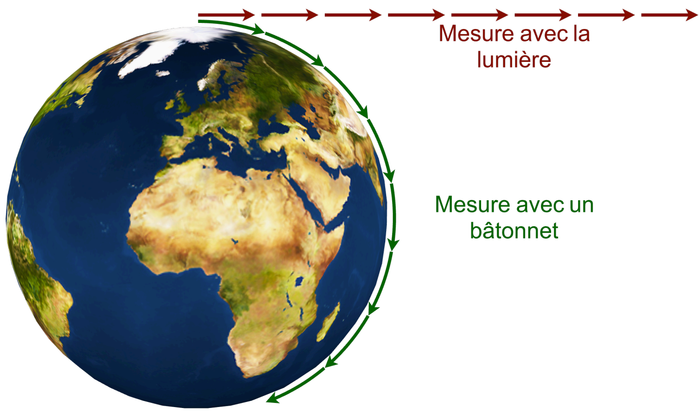
❖

On peut alors raisonnablement se poser la question de savoir si la théorie de la relativité d'Einstein, qui avait été élaborée sur la base de bâtonnets de métal comme on vient de le voir, fonctionne encore avec des rayons lumineux à la place.

Pour une distance d'un mètre, si le BIPM a bien fait son travail, on peut espérer une concordance presque parfaites des définitions ancienne et nouvelle.

Mais imaginez que l'on mette dix millions de mètres bout à bout. Cela correspond en gros à un quart de la circonférence terrestre. Ce n'est pas un hasard, puisque la toute première définition du mètre le fixait comme la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre.

Or à cette échelle, on imagine très bien que tous ces bâtonnets de métal juxtaposés vont suivre la courbure terrestre, alors que des rayons lumineux iront « tout droit dans l'espace ». Cela pose évidemment un problème pour une théorie telle que la relativité générale, très largement basée sur la courbure. Elle ne peut pas être vraie simultanément dans les deux cas.



Si on relit les écrits d'Einstein, il paraît intenable de penser que la courbure dont on parle en relativité générale soit celle que subit un mètre physique. Du reste, quand il s'agit de définir une ligne droite ou une géodésique dans un espace courbe, Einstein considère beaucoup plus volontiers un rayon lumineux qu'une série de bâtonnets[49]. On peut donc argumenter que le manque de rigidité du métal est un aspect du problème qu'il n'a pas vraiment pris en compte dans sa théorie, tout simplement parce que ce n'en était pas l'objet.

---

[49] Voir par exemple le chapitre 22 de *La Relativité*, en anglais ici: https://www.bartleby.com/173/22.html

Hélas, cela veut aussi dire, paradoxalement, que si on admet que sa théorie donne les bons résultats avec la définition moderne du mètre, *la théorie de la relativité générale était fausse avec la définition du mètre de son époque*. La courbure dont parle Einstein est celle d'un espace-temps dont la géométrie à grande échelle est telle qu'on la définit aujourd'hui, à l'aide de rayons lumineux, et non pas telle qu'elle pouvait l'être autrefois à partir de solides.

❖

Il semble tout à fait invraisemblable d'imaginer que l'ensemble de la communauté scientifique a triché et changé la définition du mètre uniquement pour faire marcher la théorie d'Einstein.

Il est beaucoup plus probable que la difficulté n'a tout simplement pas été vue jusqu'à présent, parce que comme nous l'avons souligné précédemment, pour la physique classique, la façon dont on mesure est supposé n'avoir aucune espèce d'importance, au point que ce n'est jamais mentionné. Ce n'est qu'avec la théorie des mesures incomplètes qu'on doit s'intéresser à ce type de problème, sous la pression du principe de relativité étendu auquel nous avons consacré le chapitre intitulé *Une relativité plus générale*.

Dans ce nouveau cadre, les mesures faites avec les bâtonnets de métal du début du vingtième siècle ou avec les rayons lumineux de nos laboratoires modernes sont également valides. La physique doit marcher dans les deux cas, simplement parce que l'univers lui-même est identique avec une mesure ou l'autre. Ce n'est pas un problème de triche mais d'ignorance : la différence entre les systèmes de mesure successifs, bien que tout à fait connue et amplement documentée par le BIPM lui-même[50], n'a pas pour autant été prise en compte en profondeur dans les théories fondamentales.

Il faut réfuter immédiatement un argument qui voudrait que la nouvelle façon de mesurer le mètre (ou autre chose) est plus précise que l'ancienne, et donc meilleure dans l'absolu. Il suffit pour cela de considérer un véhicule, par exemple votre voiture.

Malgré les espoirs que nous avons tous eu en voyant la trilogie *Retour vers le Futur*, les voitures volantes restent très rares. Par conséquent, puisque les voitures roulent au sol, l'ancienne façon de mesurer à base de bâtonnets, qui elle aussi suit la surface du sol, est en fait beaucoup plus appropriée pour évaluer les distances parcourues. Aux glissements près, la correspondance géométrique est immédiate entre distance et nombre de tours de roue. C'est le principe des odomètres.

On peut donc considérer que quand il s'agit de mesurer des distances à la surface, l'ancienne définition du mètre était bien plus pratique que la nouvelle, et donc en ce sens «meilleure».

❖

Nous avons vu au chapitre *Définition de la mesure* que la théorie des mesures incomplètes propose une définition assez générale de la mesure physique. Nous avons vu précédemment dans ce chapitre comment Einstein

50 https://www.bipm.org/fr/history-si/metre

définissait la mesure du temps et de l'espace à partir d'horloges et de bâtonnets, puis comment le BIPM avait défini le mètre et la seconde.

La théorie des mesures incomplètes propose un modèle de l'espace et du temps qui combine et unifie toutes ces approches. En effet, si on refuse de dire que le mètre lumineux de 1961 est meilleur que la version en métal de l'époque d'Einstein, ou du moins qu'il n'est pas plus légitime, il faut bien que nous ayons un modèle qui incorpore les deux.

L'approche choisie est de considérer que les mesures de temps et d'espace ne sont pas différentes des autres mesures. Elles doivent donc obéir aux six critères énumérés dans la définition donnée précédemment.

On peut cependant être très légèrement plus précis. Nos mesures usuelles d'espace et de temps sont toutes *linéaires*, construite par répétition et comptage d'une *unité*, c'est à dire un phénomène physique de référence. L'unité physique varie entre les définitions successives du mètre, mais il y en a toujours une. La distance est obtenue par comptage d'une répétition de cette unité.

Il existe des mesures qui ne fonctionnent pas sur ce principe. Par exemple, la datation au radiocarbone est basée sur un comptage de populations d'atomes, et ce nombre d'atomes décroit de façon exponentielle par rapport au temps usuel. En effet, à chaque demi-vie du radiocarbone, le nombre d'atomes a diminué de moitié. Au bout de deux demi-vies, la population aura donc été divisée par quatre, et par huit au bout de la troisième demi-vie. Ce n'est pas un comptage linéaire du temps.

Notons d'ailleurs comment l'approche proposée dans cette nouvelle théorie fait émerger naturellement la notion d'*unité de mesure*, qui reste incompréhensible sur les seules bases très mathématiques des axiomes de la mécanique quantique ou du principe de relativité.

En pratique, on utilise très rarement l'unité de la définition. Fort peu de personnes ont chez eux un mètre étalon ou des atomes de krypton 86 qui trainent dans la boîte à outils. En pratique, on a des mètres-ruban voire des télémètres laser. Tous ces appareils sont supposés mesurer la même distance que le standard donné par la définition, parce qu'ils ont été *étalonnés* pour cela. Il nous arrive aussi d'utiliser sans broncher des mesures de distance beaucoup moins précises, comme un nombre de pas, ou même une durée de trajet («c'est à deux heures de marche»).

Il en va exactement de même pour le temps. Les unités de base ont changé au cours de l'histoire, mais on continue à répéter et à compter. Les unités usuelles sont aussi diverses que variées. Une horloge comtoise va ainsi compter les balancements d'un pendule, ce qui la lie à la loi de gravitation. Une montre à quartz va compter les oscillations d'un cristal en tirant parti de l'effet piézo-électrique. Des unités de temps tout à fait approximatives abondent dans la vie courante, allant de la « demi-journée » à la « nuit trop courte », en passant par ces unités merveilleuses que sont le « petit quart d'heure » ou la fameuse unité internationale de durée de maquillage, «une minute ou deux»...

Toutes ces unités courantes sont scientifiquement inexplicables, voire ingérables, pour la modélisation physique traditionnelle. Pourtant, elles servent souvent à exprimer des lois de la physique dans la vie de tous les jours. Qui ne comprend pas la phrase « d'ici une minute ou deux, je pars avec le chien pour un petit quart d'heure »?

Une telle phrase autorise une incertitude certes grande, mais pas infinie. Si le lendemain, le chien n'a pas été sorti, ou si la promenade dure une grosse demi-journée plutôt qu'un petit quart d'heure, ou si le promeneur prétend avoir fait pendant la promenade le trajet Paris-Nice, tout le monde, chercheur en physique ou enfant de primaire, détectera une contradiction.

La théorie des mesures incomplètes n'a, elle, aucun problème à traiter de façon quantitative et précise ce genre d'énoncé. En effet, la représentation du savoir y est probabiliste, et on peut convertir entre toutes les unités possibles, comme nous l'avons vu dans le chapitre *Ce qui fait tourner le monde*. Bien sûr, certains énoncés introduiront une plus forte dose d'incertitude, mais on saura maintenant la traiter.

Dans le résumé au début du livre, nous avons dit que le continuum spatio-temporel d'Einstein était simpliste et devait disparaître. La définition générale des mesures d'espace et de temps donnée ici permet de le remplacer par un ensemble de mesures de durée et de distance discrètes, reliées entre elles par des lois arbitraires. Les définitions du standard international ne sont en fait qu'un choix parmi d'autres.

❖

Le problème que nous venons d'évoquer permet aussi d'expliquer pourquoi la théorie des mesures incomplètes n'offre pas de théorie de la gravitation quantique, et propose même l'idée qu'une telle théorie ne peut pas être définie sans ambigüité.

En effet, l'exemple des définitions successives du mètre indique que, pour *une même grandeur* (par exemple la distance), on peut trouver plusieurs phénomènes physiques distincts *presque* équivalents.

Tout est dans le «*presque*». Si une unité aussi centrale que le mètre peut avoir deux définitions qui divergent au bout de seulement quelques millions de répétitions sans que l'ensemble de la communauté scientifique ne s'en émeuve vraiment pendant des décennies, on peut sans doute en déduire que pour toute grandeur physique, il existe au moins deux façon de mesurer qui peuvent être rendues pratiquement équivalentes à l'échelle de l'unité, mais qui ne le seront plus du tout à l'échelle du million.

Par ailleurs, les instruments de mesure ont tous un nombre limité de résultats possibles. Pour les distances, avoir un million de valeurs distinctes semble déjà bien au delà de ce qu'on propose d'habitude. À titre de comparaison, un mètre ruban millimétrique de cinq mètres n'a que 5000 valeurs distinctes. Un million de valeurs correspondrait à un kilomètre ruban avec des marques millimétriques. On sait à peu près le faire avec des instruments électroniques. Mais on peut retenir qu'un phénomène physique particulier permet en général de couvrir, au mieux, environ six ordres de grandeur, un million valant 10^6.

Si on veut couvrir une amplitude de mesure plus importante, on doit recourir à des phénomènes physiques *distincts*, qu'on va *étalonner* l'un par rapport à l'autre. En allant vers les distances les plus petites, on passera successivement du mètre étalon au microscope, puis du microscope au microscope électronique, et ainsi de suite. En allant vers les distances les plus grandes, on passera du mètre étalon au télémètre laser, puis au télescope, puis au radiotélescope ou à des méthodes plus approximatives basées sur la luminosité des supernovas.

Pour construire une échelle de mesure de distance unifiée couvrant deux méthodes physiques distinctes, on va du coup devoir étalonner les deux méthodes l'une par rapport à l'autre. Par exemple, on va regarder au microscope les marques les plus fines sur un mètre ruban, ce qui permettra de voir comment le millimètre apparaît vu au microscope. On peut ensuite procéder de proche en proche pour construire une échelle de mesure qui aille du microscopique au macroscopique.

Il est assez raisonnable de penser que pour permettre une bonne continuité d'une échelle à l'autre, on doive avoir environ un ordre de grandeur qui soit commun entre une échelle et ses deux voisines immédiates. Il reste donc environ cinq ordres de grandeurs qui sont uniques à un processus physique donné.

Le problème avec la gravitation est qu'elle est environ 10^{40} fois plus faible que la force électromagnétique. Par ailleurs, il y aussi à peu près 40 ordres de grandeur entre les distances astronomiques les plus grandes, où la gravitation domine, et les distances les plus petites, où les autres forces dominent. Si on suit le raisonnement précédent, il faut donc changer environ huit fois de mécanisme de mesure pour couvrir cet intervalle : les quarante ordres de grandeurs doivent être divisé en huit segments de cinq ordres de grandeur chacun.

Supposons maintenant que pour chaque niveau de cette hiérarchie, nous ayons comme pour le mètre macroscopique au moins deux choix. Cela veut dire qu'il y aurait au moins $2^8 = 256$ façons différentes de modéliser *correctement* les observations physiques, qui ne se distingueraient que par le choix des phénomènes physiques utilisés à chaque étape.

En réalité, on a vu avec le mètre qu'il y a à chaque niveau beaucoup plus de deux choix. De plus, une précision relative d'un millionième n'est en pratique possible que dans des conditions extrêmement bien contrôlées, ce qui n'est plus le cas dès qu'on s'éloigne de l'échelle du laboratoire. Si on n'a plus qu'une précision du millième, et cinq choix à chaque niveau, il y a alors 20 niveaux et 5^{20} théories valides (95 mille milliards).

C'est donc pour des raisons pratiques, et non théoriques, que la théorie des mesures incomplètes suggère qu'il n'est pas raisonnable d'attendre une théorie de la gravitation quantique qui soit définie de façon unique sans faire des hypothèses non testables sur l'enchaînement des différentes échelles de mesure.

L'informatique pourrait bien fournir une fois de plus sinon une solution, du moins une piste pour résoudre ce problème.

Le raisonnement précédent dépend en effet de l'idée qu'on soit obligé de connecter les mesures de distances de proche en proche, faute de quoi il faudrait un appareil de mesure de distance capable de distinguer 10^{40} résultats individuels.

Or il existe en informatique une représentation des nombres dite «*en virgule flottante*» qui permet de traiter des nombres très grands et très petits. Cette représentation est similaire à la notation scientifique, où on peut écrire 2×10^6 pour représenter deux millions. La première partie du nombre, 2 dans l'exemple, s'appelle la *mantisse*, et l'ordre de grandeur, 6 dans l'exemple, s'appelle l'*exposant*.

L'avantage de la formulation en virgule flottante est qu'elle permet de réduire le nombre de cas distincts à considérer, tout en couvrant une grande amplitude. Ainsi, avec un million de valeurs distinctes, on peut en réserver cent pour l'exposant, et cela en laisse dix mille pour la mantisse.

On peut donc envisager un appareil de mesure de distance qui fonctionne *directement* en virgule flottante, c'est à dire qui donne, avec un seul procédé physique, à la fois un ordre de grandeur et une certaine précision dans cet ordre de grandeur. Si on peut concevoir un tel appareil de mesure, on pourra alors produire une théorie microscopique de la gravitation qui soit définie de façon non-ambigüe à partir d'un seul et unique phénomène physique.

La tâche n'est en fait pas forcément aussi ardue qu'il peut sembler au premier abord. En effet, la vision stéréoscopique humaine, dans une certaine mesure, produit déjà ce type de résultat. D'un coté, elle nous donne une idée de la distance en comparant les deux images gauche et droite, ce qui fournit une idée de l'échelle de ce que nous voyons. De l'autre, nous faisons ensuite une mesure des distances à une résolution fixe, mais que notre cerveau interprète en se servant de la distance déduite de la comparaison entre images.

L'existence de ce mécanisme explique pourquoi les illusions d'optique de la perspective forcée marchent si bien en photographie, mais beaucoup moins bien quand on regarde « en vrai », avec ses deux yeux.

À l'issue des derniers chapitres, nous avons donc vu comment la théorie des mesures incomplètes pouvait rendre compte des découvertes sur la relativité faites par Albert Einstein, tout en étendant nos perspectives grâce à un principe de relativité étendu.

Nous avons aussi vu comment cela pouvait se faire dans un cadre entièrement discret, par opposition à continu ou infinitésimal, quelles étaient les définitions du temps et de l'espace que nous devions utiliser pour cela, et en quoi elles s'opposaient à la création d'une théorie quantique de la gravité.

Il est temps de s'attaquer à l'autre monstre sacré de notre physique moderne, la mécanique quantique. Et quoi de mieux pour cela que de tuer quelques chats?

Tuons le chat de Schrödinger

La blague que personne n'a comprise

Un chat, j'en suis sûr, pourrait
marcher sur un nuage sans le traverser.

Jules Verne

Qui n'a pas entendu parler du chat de Schrödinger, ce fameux chat à la fois mort et vivant, une de ces nombreuses paraboles utilisées pour « expliquer » la mécanique quantique. Dans ce cas précis, on devrait plutôt parler de faribole, tant cette histoire a été mal interprétée, et tant cette mauvaise interprétation a pu transformer une théorie scientifique solide en vagues relents de pensée magique.

Commençons par une description de l'expérience[51] :

Un chat est enfermé dans une boîte avec un dispositif qui tue l'animal dès qu'il détecte la désintégration d'un atome d'un corps radioactif ; par exemple : un détecteur de radioactivité type Geiger, relié à un interrupteur provoquant la chute d'un marteau cassant une fiole de poison — Schrödinger proposait de l'acide cyanhydrique — qui peut être enfermé

---

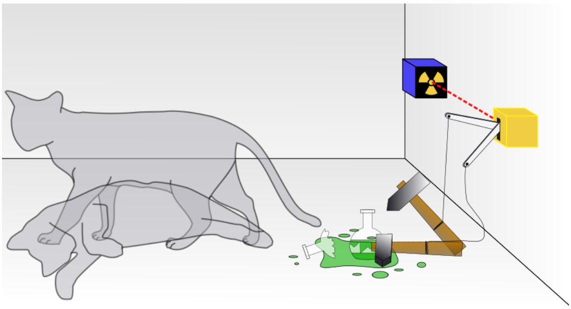
[51] Tirée de https://fr.wikipedia.org/wiki/Chat_de_Schrödinger le 25 mars 2023

sous forme liquide dans un flacon sous pression et se vaporiser, devenant un gaz mortel, une fois le flacon brisé.

L'intérêt de cette expérience est qu'elle engendre un paradoxe, car elle va lier la mort du chat, un état macroscopique décrit par la physique classique, à la désintégration d'un atome, un état microscopique décrit par la mécanique quantique.

Voici la description de ce paradoxe donnée par la même source :

Si l'atome a une durée de demi-vie de 10 minutes, alors il y a 50% de chances de s'être désintégré au bout de 10 minutes. La mécanique quantique indique que, tant que l'observation n'est pas faite (ou plus précisément qu'il n'y a pas eu de réduction du paquet d'onde), l'atome est dans une superposition de deux états équiprobables : intact et désintégré. Or le mécanisme imaginé par Erwin Schrödinger lie l'état du chat (mort ou vivant) à l'état des particules radioactives, de sorte que le chat serait aussi dans une superposition d'états (l'état mort et l'état vivant), jusqu'à ce que l'ouverture de la boîte (l'observation) déclenche le choix entre les deux états. Par conséquent, il est impossible de dire si le chat est mort ou non au bout de 10 minutes.



Chat de Schrödinger, à la fois mort et vivant

Cette présentation des choses est renforcée par une illustration, reproduite ci-contre, qui indique de façon manifeste un état du chat à la fois mort et vivant.

Tout l'article de Wikipedia, comme la majorité des discussions sur ce sujet, présente donc l'état du chat « mort et vivant » comme étant, certes, paradoxal, mais néanmoins correct, puisque c'est effectivement la façon dont la mécanique quantique représente le chat, par le biais de ce qu'on appelle un «*état de superposition*».

La section sur les « *solutions* » proposée par le même article fait intervenir des notions encore plus obscures telles que la décohérence, les univers parallèles, voire l'intervention de la conscience. Bref, c'est le règne du grand n'importe quoi et de la pensée magique, où on vous demande d'accepter sans discussion l'existence de dragons invisibles et indétectable, mais aux propriétés néanmoins bien établies (rouges, écailleux et crachant du feu[52], tout le monde le sait).

Pourtant, l'article original écrit par Erwin Schrödinger en 1935[53] est une véritable merveille, et permet de remettre à leur juste place ces interprétation fumeuses des choses.

Commençons par la forme. On soulignera en particulier, dans l'extrait de l'article original reproduits ci-

---

52 *Advanced Dungeons & Dragons, Monster Manual*, ISBN 0-935696-00-8, p33

53 *Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik*, Erwin Schrödinger. http://www.psiquadrat.de/downloads/schroedinger35_katze1.pdf

dessous, l'utilisation du vocabulaire « ***burleske*** » pour décrire son exemple.

> Man kann auch ganz burleske Fälle konstruieren. Eine Katze wird in eine Stahlkammer gesperrt, zusammen mit folgender Höllenmaschine

Même avec une compréhension très limitée de l'allemand, il semble clair que Schrödinger ne prend pas son exemple très au sérieux. On peut au contraire estimer qu'il cherche à ridiculiser une certaine interprétation qu'on dit « de Copenhague » des états superposés, avec laquelle il est manifestement en désaccord.

Ce n'est pas le seul indice de cette position Ainsi, plus loin dans l'article, il utilise l'abréviation «s. v. v», du latin *sit venia verbo*, qu'on pourrait traduire par «*pardonnez-moi l'expression*». Enfin, Schrödinger termine en qualifiant de « ***naif*** » le modèle superposé — l'allemand utilise une expression qu'on pourrait traduire par «***délavé***».

> Atomzerfall würde sie vergiftet haben. Die ψ-Funktion des ganzen Systems würde das so zum Ausdruck bringen, daß in ihr die lebende und die tote Katze (s. v. v.) zu gleichen Teilen gemischt oder verschmiert sind.
>
> Das Typische an diesen Fällen ist, daß eine ursprünglich auf den Atombereich beschränkte Unbestimmtheit sich in grobsinnliche Unbestimmtheit umsetzt, die sich dann durch direkte Beobachtung *entscheiden* läßt. Das hindert uns, in so naiver Weise ein „verwaschenes Modell" als Abbild der Wirklichkeit gelten zu lassen. An sich

Tout cela, donc, ne semble pas indiquer quelque croyance que ce soit dans l'existence de chats morts et vivants à la fois.

Schrödinger termine par une remarque que je trouve extrêmement fine, et qui est tout à fait alignée avec les idées décrites dans ce livre :

> *Il y a une différence entre une photographie bougée ou mal focalisée et une image de nuages et de rivages embrumés.*

J'interprète cette conclusion de Schrödinger ainsi : il ne faut pas prendre les probabilités de la mécanique quantique pour une réalité (les nuages ou le brouillard) si on peut les expliquer comme dérivant de la façon dont nous avons acquis de la connaissance sur le système (la photographie bougée).

On peut élargir le raisonnement de Schrödinger de deux façons distinctes, qui prouvent indépendamment l'une de l'autre que la seule interprétation possible des choses est ce que l'article de Wikipedia décrit comme l'approche positiviste.

❖

La première preuve consiste à réaliser l'expérience en vrai, ce qui peut tout à fait être fait, contrairement à ce qu'affirme Wikipedia, et à modifier un petit paramètre de cette expérience pour démolir toutes les interprétations magiques à base de chat fantôme. Étudions l'importance (ou non) du fait que l'état du chat soit inconnu tant qu'on n'ouvre pas la boîte.

Commençons par revenir sur la notion de « *demi-vie* ». Une particule radioactive se désintègre un peu quand elle veut. C'est un phénomène qui, au niveau d'une particule individuelle, est *aléatoire*. En revanche, il est assez prévisible au niveau d'une *population* de particules. Une demi-vie d'une heure indique que, au bout d'une heure, environ la moitié des particules d'une population se sera désintégrée.

Il est vraiment important de comprendre qu'au niveau physique, c'est bien cette *incertitude* sur la désintégration des particules individuelles qui est capturée par l'état superposé de la mécanique quantique. L'état « *à moitié désintégré* » ne s'applique pas, quand on fait l'expérience, à une particule particulière, mais à un grand ensemble de particules. Si on ramène cela au niveau d'une particule donnée, cela se transforme en « *une chance sur deux de s'être désintégrée* ». Autrement dit, l'état superposé équiprobable[54] est exactement l'analogue dans le formalisme de la mécanique quantique de notre bon vieux « *50% de chances* ».

Pour tester quantitativement l'hypothèse que la demi-vie d'une particule est d'une heure, la bonne expérience consiste donc à avoir un grand nombre de particules, par exemple mille, à attendre une heure, et à vérifier au bout d'une heure que la moitié environ se sont désintégrées. Plus on a un grand nombre de particules, plus on aura une information statistiquement précise, exactement comme pour un lancer de pile ou face.

Par conséquent, pour vérifier expérimentalement que notre dispositif transfère vers le chat la demi-vie de la particule, on va devoir utiliser mille chats dans mille boîtes, et vérifier qu'au bout d'une heure, environ 500 chats seront morts.

---

[54] Il se note en mécanique quantique $\frac{1}{\sqrt{2}}(|A\rangle + |B\rangle)$ pour les états A et B.

Bien évidemment, nous ne saurons pas à l'avance quels chats survivront. L'expérience reste aléatoire au niveau de chaque particule, et donc de chaque chat. Nous saurons en revanche à peu près prédire combien d'animaux seront sacrifiés au nom de la science pour vérifier la demi-vie des particules radioactives.

La question que je pose maintenant au lecteur est la suivante : qu'est ce qui change, dans l'expérience, si les boîtes où on place les chats sont *transparentes* ? Vous comprenez bien que ce qui détermine la mort ou non du chat, c'est la particule radioactive. Par conséquent, le fait que vous puissiez observer le chat ou non *n'a aucune espèce d'importance*. Si les boîtes sont transparentes, vous verrez des chats mourir petit à petit, dans un ordre aléatoire. Mais à aucun moment vous ne verrez de chat fantomatique flottant à demi-mort dans une boîte.

❖

Il faut bien comprendre que cette croyance en l'existence de chats morts et vivants à la fois est terriblement ancrée dans l'opinion. Nombreux sont ceux qui pensent que cette vision des choses est un élément essentiel d'une compréhension correcte de la mécanique quantique.

Ainsi, lorsque j'ai pour la première fois exposé publiquement l'argument des boîtes transparentes[55], j'ai eu de très nombreux commentaire insistant sur le fait

[55] Voir https://gutoe.wordpress.com/2016/12/11/the-dead-and-alive-cat-myth (en anglais)

que mon exposé démontrait juste que je n'avais rien compris à l'expérience de Schrödinger, par exemple :

> *Je ne crois pas que c'est correct. Dans la boîte en verre, les photons qui se réfléchissent sur le chat et retournent vers l'observateur causent un effondrement du paquet d'onde. En fait, le théorème de Bell montre qu'avant l'observation le chat n'a pas d'état « vrai », caché – il est réellement, fondamentalement, en état de superposition.* — pranjal

Ce premier commentaire essaie de me convaincre de mon erreur en faisant appel au théorème de Bell, d'une façon qui me semble montrer une assez faible maîtrise du sujet. En effet, la violation des inégalités de Bell requiert des corrélations entre plusieurs types de mesures (par exemple plusieurs axes de spin), et donc ne peut pas s'appliquer au chat. Nous reviendrons du reste sur le sujet de ce théorème dans le chapitre *Effrayante action à distance*.

Les autres commentaires à cet article sont, globalement, assez cohérents dans leur support de la croyance en ce fameux chat mort et vivant qu'on n'observe jamais :

- *Vous comprenez de travers la base même de cette expérience de la pensée. Quand vous voyez le chat, cela veut dire qu'il a été « bombardé » de photons – c'est pour cela que vous le voyez – vous voyez les photons réfléchis. Ces photons vont effondrer les états de superposition en un état unique. L'argument est précisément que tant que vous ne pouvez pas l'observer, vous ne savez pas dans quel état il est. Donc pendant ce temps, le chat est à la fois mort et vivant.* — No Mail

- *Tout ce que vous avez prouvé est que vous ne comprenez pas le rôle de l'observateur dans la superposition. Une observation est une observation. Cela n'a pas d'importance si la façon d'observer est en ouvrant la boîte ou en regardant le chat à travers une paroi vitrée. Les deux effondrent la fonction d'onde. Vous n'avez pas changé l'expérience le moins du monde, l'effondrement se produit quand vous regardez la boîte.* — Teilo

❖

On peut répondre très directement à ces commentaires et à la croyance qu'ils défendent. En effet, si le chat est véritablement mort et vivant en même temps, cet état doit être *objectif*, partagé par tous.

Et donc notre deuxième preuve pour démontrer que Schrödinger avait raison va donc consister à prouver, au contraire, que l'état du chat comme l'effondrement du paquet d'onde sont *subjectifs*. Pour cela, nous allons juste construire une deuxième variation mineure du protocole proposé par Schrödinger.

Dans cette deuxième variante, nous revenons à un seul chat dans une boîte. La variation par rapport à la version originale de Schrödinger est qu'on place dans la boîte une petite caméra, qui transmet en temps réel une image du chat, et permet donc de savoir avec certitude s'il est mort ou vivant.

Nous allons maintenant considérer deux opérateurs qui observent cette expérience. Le premier opérateur ne voit qu'une boîte fermée, et se trouve donc très exactement dans la situation décrite par Schrödinger, à savoir qu'il ne peut pas connaître l'état du chat. Le deuxième opérateur, en revanche, dispose d'un écran qui lui permet de voir dans la boîte. Ajoutons que le premier opérateur ignore l'existence de la caméra ou du deuxième opérateur.

Nous nous trouvons donc dans la situation où, pour le premier opérateur, d'après l'argumentation des vrais croyants, l'état du chat est véritablement à la fois mort et vivant. Mais cela contredit l'état observé par le deuxième opérateur qui, lui, *sait* si le chat est mort ou vivant.

❖

L'état à la fois mort et vivant ne peut donc pas être objectif, puisqu'il n'est pas partagé par les deux observateurs. Il en va de même pour l'effondrement du paquet d'ondes.

De ces deux preuves, on devra donc conclure de façon irréfutable que l'état quantique représente notre *connaissance* d'un *système*, et non pas *l'état* d'un *objet*, au moins au sens où on l'entend en général en tant qu'état objectif.

Ces raisonnements produisent un autre résultat intéressant, sur lequel nous reviendrons plus longuement dans un chapitre ultérieur intitulé *Des photons et des canards*. En effet, ils soulignent que l'expression « *fonction d'onde d'une particule* », très commune en mécanique quantique[56], est au mieux source de confusion, et au pire totalement fausse.

---

[56] Voir par exemple son emploi dans https://fr.wikipedia.org/wiki/Fonction_d'onde

L'état de superposition quantique que l'on attribuait au chat et qui faisait dire qu'il était mort et vivant ne décrit en réalité pas le chat. En effet, comme le montre le cas de l'observateur qui a accès à une caméra, le chat est soit mort soit vivant, alors que pour l'observateur qui ne voit que la boîte, l'état reste superposé. Mais qu'est-ce qui conduit à cet état superposé ? C'est la désintégration possible de la particule. C'est donc le *système* dans lequel se trouve le chat qui détermine son état, et non la particule.

On peut s'en convaincre par exemple en supprimant du système la fiole de poison. Sans cet élément crucial, l'expérience ne va pas permettre une équivalence entre la désintégration de la particule et la mort du chat. L'état du chat dépend donc de l'ensemble du système, et pas seulement de la particule.

❖

Les démonstrations que nous venons de présenter permettent d'affirmer sans aucun doute qu'on n'a aucun besoin de faire intervenir *l'observation* de chaque chat dans sa boîte pour décrire l'expérience, ou pire, de supposer que la conscience de l'observateur, la conscience des chats ou la présence d'une infinité d'univers parallèles jouent un rôle quelconque dans la description correcte de cette expérience.

Pour paraphraser Laplace : « *Les univers parallèle, sire ? Je n'ai pas besoin de cette hypothèse.* »

Nous allons maintenant étudier plus en détail comment la théorie des mesures incomplètes arrive à traiter ce genre de problèmes, et ce sans tuer le moindre chat.

Le hasard et la nécessité

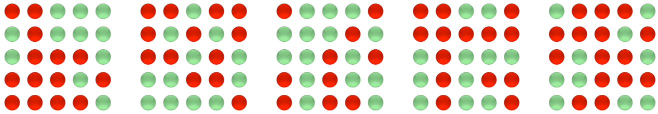
De la chance au changement

Si vous allez trop loin, vous n'irez nulle part

Jacques Monod

Pour éviter des ennuis avec les amis des animaux, on peut avantageusement remplacer le dispositif qui tue des chats par un autre qui fait basculer une lampe du vert au rouge si la particule se désintègre. C'est tout aussi efficace, et beaucoup plus respectueux de l'environnement.

Avec 25 expériences simultanées, on s'attend à des résultats qui vont ressembler, à la fin de l'expérience, c'est à dire au bout d'une durée correspondant à la demi-vie, à un mélange de rouge et de vert similaire à ceux représentés ci-dessous, contenant approximativement autant de vert que de rouge :



États combinant vert et rouge de façon aléatoire

En réalité, l'origine du caractère aléatoire ne change pas la façon de le représenter, ni visuellement, ni mathématiquement.

Qu'il s'agisse de la désintégration (ou non) de particules radioactives, d'un jet de pièce à pile ou face, ou encore d'un générateur de nombres aléatoires dans un ordinateur, on peut utiliser le même modèle. Il pourra d'ailleurs être plus simple d'imaginer qu'on tire les résultats à pile ou face que de se représenter la désintégration d'une particule radioactive. Ce qui compte, c'est que les conditions de l'expérience excluent le déterminisme.

À partir des résultats d'expériences ci-dessus, on peut construire une représentation sous forme de probavecteurs de façon assez évidente. La première grille a 11 lampes vertes et 14 lampes rouges, ce qu'on peut noter 11V14R. La deuxième grille a 12V13R. Et ainsi de suite jusqu'à la dernière, qui a 10V15R.

Tous ces résultats sont à peu près compatibles avec l'idée qu'on se fait d'une probabilité de 50% de vert et 50% de rouge. Vous vérifierez aussi que dans tous les cas, la somme des verts et des rouges vaut 25, ce qui nous donne une idée de la population considérée dans chaque sous-expérience. Ici, nous pouvons déduire que nous avons au total 125 expériences aléatoires.

❖

Vous avez sans doute entendu parler de la « loi des grands nombres » qui gouverne ce genre de situation. On le sait avec les pièces de monnaie et le jeu de pile ou face : plus on fait de jets, plus on s'approche d'un vrai équilibre statistique. Pour chaque lampe individuelle, on peut donc établir une loi prédictive basée sur l'accumulation des comportements passés. On ne dit pas autre chose quand on parle de 50%. Littéralement, cela se lit «cinquante pour cent».

Cette connaissance du système peut elle aussi se représenter sous forme de probavecteur. En l'occurence, une prédiction de 50% de vert et 50% de rouge sera un probavecteur 50V50R. Une expérimentation sur 10000 lancers pourrait donner par exemple 5003V4997R, et cela serait compatible avec notre prédiction de 50-50 à trois dix-millièmes près.

La représentation de l'état d'un système à l'aide d'un probavecteur est donc compatible avec les remarques sur le chat de Schrödinger faites au chapitre précédent. En particulier, elle est dépendante de l'observateur et de sa connaissance.

Par exemple, si vous lancez une pièce à pile ou face pour la première fois, votre connaissance initiale de cette pièce sera 50% de pile et 50% de face. Cet état 50P50F est l'équivalent en théorie des mesures incomplètes de ce que la mécanique quantique représenterait par une superposition quantique[57]. En réalité, cette connaissance vous vient non pas de cette pièce précise, mais de millénaires d'interactions de l'espèce humaine avec des pièces de monnaie. Vous avez donc une théorie des pièces de monnaie qui se représente sous la forme de ce probavecteur *prédictif* 50P50F.

---

[57] La représentation quantique dans le cas équiprobable serait $\frac{1}{\sqrt{2}}(|P\rangle + |F\rangle)$

Imaginons maintenant que vous lanciez cent fois cette pièce et que vous obteniez 49P51F. Ce résultat est parfaitement compatible avec votre théorie d'origine, et vous n'allez donc pas changer de théorie. La représentation probavectorielle est maintenant devenue une représentation *expérimentale*. Cette représentation est *cumulative*. Si un chercheur fou équipé d'une machine à voyager dans le temps essayait de retrouver tous les lancers de pièce de monnaie jamais fait dans l'histoire humaine avant vous, il arriverait peut-être, après des années de travail, au probavecteur 182729334P182729281F.

Votre expérience personnelle de 49P51F vient s'ajouter à ce résultat, ce qui permet au probavecteur collectif de l'humanité d'évoluer pour devenir 182729383P182729332F. Dans la mesure où votre expérience personnelle a un poids numérique beaucoup plus faible que l'expérience collective, le probavecteur collectif va en général changer très peu avec votre expérience personnelle. Si on s'attend à avoir 50% de pile et 50% de face avant votre expérience, on continuera à faire les mêmes prédictions après vos propres lancers.

❖

Imaginons maintenant que la pièce vous ait été donnée par un ami qui l'a truquée. Au bout de dix lancers, vous avez 0P10F. C'est déjà statistiquement surprenant. Au bout de cent lancers, vous obtenez 0P100F. À ce stade, c'est tellement improbable[58] que vous arriverez à la

[58] Il y a une chance sur 2^{100}, un nombre à trente chiffres.

conclusion que la pièce *n'obéit pas* à votre théorie d'origine. Vous allez devoir créer une catégorie *séparée* pour cette pièce spécifique, représentée par le probavecteur 0P100F, c'est à dire «100% face» prédisant que la pièce retombe toujours sur face.

Ce qui est intéressant dans cette expérience est que pour vous, l'état de la pièce s'écarte de la théorie au fur et à mesure des lancers successifs. Pour l'ami qui vous a donné la pièce, en revanche, l'état prédictif était déjà 0P100F dès le premier lancer, puisque lui savait que la pièce était truquée.

Nous sommes donc exactement dans le même scénario que la deuxième expérience avec le chat, où un des observateurs disposait d'une caméra mais pas l'autre. En théorie des mesures incomplètes, l'état de connaissance d'un système dépend de l'observateur, tout comme en mécanique quantique.

Par ailleurs, tout comme nous l'avions vu en relativité, l'état physique est à la fois *objectif*, puisqu'il existe une procédure de mesure permettant de mettre les deux observateurs d'accord sur la réalité physique, et *subjectif*, puisque l'état représentant correctement l'expérience dépend de l'observateur. Ce n'est pas différent du fait que les lois de la perspective vous amènent à faire des mesures de longueur apparente qui sont à la fois objectives au sens où une caméra va faire les mêmes, et en même temps subjectives au sens où elles dépendront de l'angle sous lequel vous observez la scène.

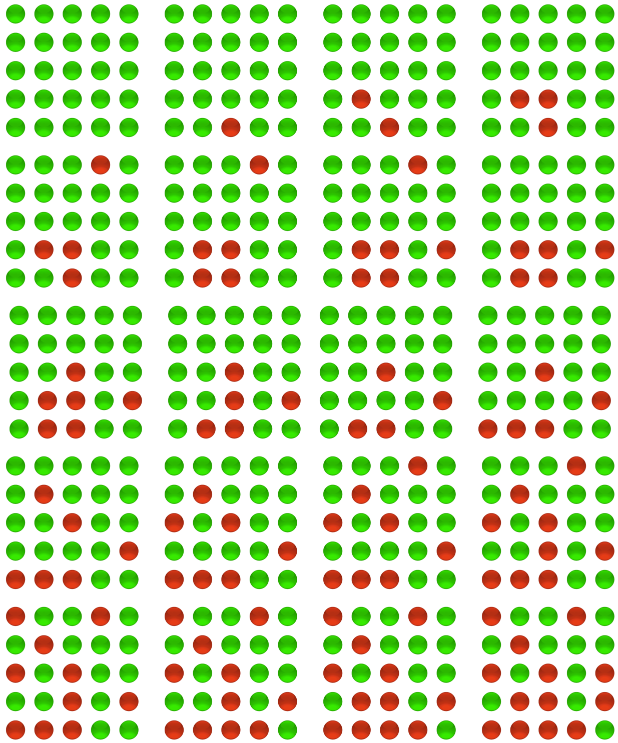
Vous pourrez vous convaincre sans grande difficulté que les procédures de changement de référentiel décrites dans le chapitre intitulé *Ce qui fait tourner le monde* s'appliquent aux cas que nous venons de décrire, et permettent en particulier de créer des tables de correspondance entre la vision du monde de la personne qui sait que la pièce est faussée et celle qui le découvre par l'expérience, comme nous l'avions déjà évoqué.

❖

Nous avons pour l'instant considéré notre ensemble de 25 lampes vertes ou rouges comme représentant l'état final du système, par exemple après avoir attendu pendant la demi-vie des particules qui déterminent la couleur. Les différentes combinaisons que nous avons présentées étaient alors des états possibles après avoir attendu le temps nécessaire.

Si on s'intéresse maintenant à *l'évolution* d'un groupe de lampes (ou de particules) au cours du temps, on peut enregistrer l'état du même groupe de 25 lampes, toutes vertes au départ, et étudier comment cet état change avec le temps. Puisque par hypothèse la couleur rouge apparaît à la suite d'un phénomène aléatoire, et que de tels phénomènes n'apparaissent pas tous en même temps, on va donc voir apparaître des points rouges sur la grille, de façon aléatoire, au fur et à mesure des désintégrations, jusqu'à atteindre l'état final.

Si on suppose qu'aucun point rouge ne redevient vert, on aura alors une évolution progressive du vert vers le rouge, comme illustré ci-contre.



Évolution progressive des lampes du vert au rouge

En attendant assez longtemps, on finirait par voir tous les points virer au rouge. Il faut cependant noter que, si la cause d'un changement de couleur est effectivement une demi vie, il faut autant de temps pour faire virer au rouge la moitié des lampes que pour le quart suivant, et à nouveau le même temps pour le huitième des lampes, et ainsi de suite.

Le calcul infinitésimal conclurait qu'on ne peut jamais véritablement atteindre zéro (puisqu'en divisant un nombre réel non nul par deux, on obtient un nombre réel non nul), et donc qu'il reste toujours un peu de vert. Avec un nombre fini de lampes, cependant, la dernière finit par devenir rouge au bout d'un temps fini.

❖

En regardant les états successifs, on remarque qu'ils ont un ordre naturel. On peut, simplement à partir des images, en déduire une «*flèche du temps*». Par conséquent, le temps n'est pas nécessaire pour avoir un modèle de la dynamique de ce système.

Considérons maintenant un autre cas, où le basculement de vert à rouge est toujours aléatoire, comme précédemment, mais où le basculement de rouge à vert est symétriquement possible, selon les mêmes règles, et avec la même demi-vie.

Le début de l'évolution d'un système constitué entièrement de lampes vertes sera identique à précédemment. En effet, puisqu'il n'y a que des lampes vertes, le premier basculement sera forcément vers le rouge. Cela restera le cas, statistiquement parlant, tant qu'il y aura beaucoup plus de vert que de rouge.

Cependant, une fois que la population de rouge devient non-nulle, il devient possible pour un rouge de devenir vert. Au départ, les chances que notre seule lampe rouge bascule au vert avant qu'une verte ne bascule au rouge sont faibles, mais la chance de voir des lampes rouges devenir vertes augmente au fur et à mesure que les populations de rouge augmente.

Lorsque les deux populations rouges et vertes s'équilibrent, le nombre de lampes basculant dans un sens contrebalancera, statistiquement parlant, le nombre de celles basculant dans l'autre. L'état d'équilibre de ce système aura approximativement le même nombre de lampes rouges et vertes. Avec les 25 lampes de notre exemple, l'égalité ne sera évidemment jamais exacte, le plus proche étant 12V13R ou 13V12R.

Dans ce cas aussi, on peut déterminer une certaine flèche du temps, mais seulement jusqu'à ce que le système se stabilise. À partir de là, les évolutions deviennent équiprobables dans les deux sens, et il devient impossible de déterminer parmi les états suivants celui qui est statistiquement le plus plausible.

❖

Enfin, on peut s'intéresser à des mesures dérivées, par exemple le nombre accumulé de pixels rouges et verts lors d'expériences répétées.

Une fois encore, la loi des grands nombres va conduire à une forme de déterminisme. En effet, nous n'obtiendrons pas une distribution aléatoire de nombres, mais ce qu'on appelle une «*courbe de Gauss*», parfois aussi appelée « *courbe en cloche* », qui se retrouve pour toutes les distributions aléatoires:

Décompte du nombre de lampes vertes au cours du temps

La raison pour ce résultat est purement statistique. En effet, si on compte tous les états de 25 lampes ayant un certain nombre de lampes rouges (ou vertes), la distribution n'est plus du tout équiprobable, comme l'indique la table ci-dessous.

Nombre d'états en fonction du nombre de lampes vertes

Lampes vertes	0 25	1 24	2 23	3 22	4 21	5 20	6 19
Nombre d'états	1	25	300	2300	12650	53130	177100
Lampes vertes	7 18	8 17	9 16	10 15	11 14	12 13	
Nombre d'états	480700	1081575	2042975	3268760	4457400	5200300	

Le nombre d'états différents avec 12 ou 13 lampes est donc, et de très loin, beaucoup plus grand que celui des états où toutes les lampes sont de la même couleur. Du coup, si on tire les états parfaitement au hasard, les chances d'obtenir toutes les lampes de la même couleur sont extrêmement faibles.

Nous avons donc construit trois situations où le hasard du départ conduit à une forme de nécessité, de déterminisme.

Dans le premier exemple, nous finissons avec toutes les lampes rouges. Un scénario similaire serait celui d'une maison sans entretien, où toutes les lampes finissent par claquer l'une après l'autre jusqu'à ce que toute les pièces soient dans le noir complet.

Dans le deuxième exemple, nous finissons avec un nombre équilibré de lampes vertes et rouges. Un scénario similaire est celui où nous mélangeons du sirop dans de l'eau, et où le déplacement visible à l'oeil nu des deux liquides aboutit à une situation de mélange équilibré.

Le troisième exemple montre que même des états aléatoires peuvent exhiber des propriétés qui ne le sont pas. L'exemple le plus simple est le jeu de pile ou face, où on s'attend à un tirage équilibré. Mais c'est le même effet qui permet à un liquide de rester dans un verre malgré le déplacement à peu près aléatoire des molécules dans le liquide, déplacement que vous pouvez mettre en évidence en laissant tomber une goutte d'encre dans un verre d'eau et en observant sa diffusion.

Ces trois cas se modélisent assez facilement à l'aide de probavecteurs. Il suffit en effet de considérer les probabilités à chaque étape. Nous avons d'ailleurs noté une relation entre le caractère probable ou non des évolutions et ce que nous avons appelé la flèche du temps.

Les physiciens appellent « *entropie* » le décompte des états du système. Plus il y a d'états, plus l'entropie augmente. Ce que nous avons montré est que les systèmes évoluent vers les états qui sont statistiquement les plus probables parce que plus nombreux. C'est ce qui conduit à ce qu'on appelle le « *deuxième principe de la thermodynamique* », qui affirme que l'entropie d'un système isolé ne peut qu'augmenter avec le temps.

❖

Ces trois type d'évolution du système ne sont cependant que les cas les plus simples. On peut facilement construire des expérience où le comportement dynamique est plus complexe, et où le déterminisme qui émerge prend des formes plus intéressantes, comme ce qu'on appelle des « *interférences* » dans l'expérience de la mécanique quantique appelée les «*fentes de Young*».

DES PHOTONS ET DES CANARDS

LES INTERFÉRENCES DE THOMAS YOUNG

Quelle est la différence entre un canard?
Aucune, il a les deux pattes de la même longueur, surtout la gauche

Attribué à Coluche par Isaac Newton

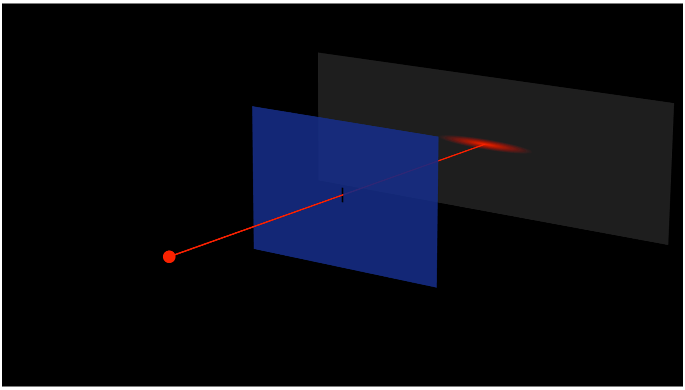
On dit souvent que le domaine de la mécanique quantique est l'infiniment petit. C'est à mon avis une vision tronquée de la réalité. Il serait je crois plus précis de dire que la mécanique quantique est la première modélisation de la physique qui traite correctement des phénomènes aléatoires, et par ailleurs que ceux-ci abondent dans le monde microscopique, ce qui rend l'approche quantique mathématiquement nécessaire pour traiter ces phénomènes.

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, on arrive souvent à retrouver des comportements déterministes à partir de phénomènes aléatoires. D'autre part, nous avons commencé à donner des exemples comme le chat de Schrödinger ou le jeu de pile ou face qui soulignent que c'est le caractère aléatoire qui compte vraiment et non pas le caractères microscopique.

Une des expériences les plus emblématiques de mécanique quantique a l'avantage qu'on peut la réaliser chez soi, du moins dans la version la plus simple. Cette expérience, mise en oeuvre par Thomas Young, a montré de façon remarquable que la lumière avait simultanément les caractéristique d'une onde et de particules.

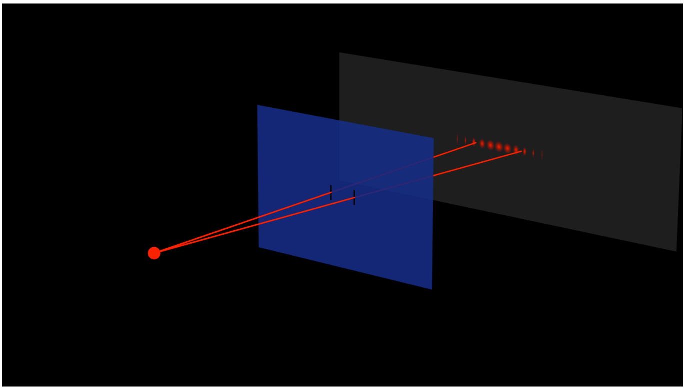
L'expérience consiste à faire passer une lumière cohérente, telle que celle produite par un laser, à travers deux fentes, avant de la projeter sur un écran.

Si on fait passer la lumière d'un laser à travers une fente assez étroite par rapport à sa longueur d'onde, on observe un phénomène de « *diffraction* ». La tache produite s'étale dans la direction perpendiculaire à la fente :



Phénomène de diffraction pour un laser passant par une fente

En revanche, si la lumière peut passer par deux fentes proches l'une de l'autre, on observe des « *taches d'interférence* », c'est à dire une alternances de zones plus ou moins lumineuses, comme illustré ci-contre.

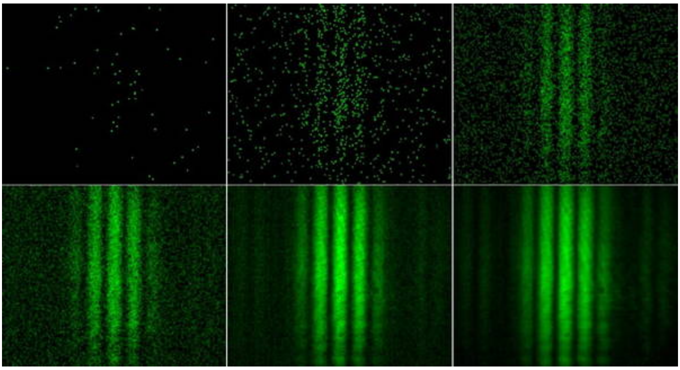


Taches d'interférences apparaissant lorsqu'il y a deux fentes

Ce phénomène d'interférence est caractéristique d'une onde. C'est le même genre d'alternance qu'on peut observer à la surface de l'eau sous certaines conditions, où on va voir des endroits où les vagues se combinent de façon à se renforcer, et d'autres où leur combinaison les affaiblit, comme dans la photographie ci-dessous.

Figures d'interférence à la surface de l'eau

Il se trouve qu'on sait aussi produire des photons un par un. Dans ce cas, on verra les franges d'interférences se former petit à petit, un photon à la fois:



Formation d'interférences dans une expérience à un seul photon

Dans ce cas, les photons, particules de lumière, obéissent à un loi de répartition qui suggère un phénomène ondulatoire.

On présente le plus souvent l'expérience précédente en affirmant que «*chaque photon interfère avec lui-même*»[59]. Cette présentation repose sur l'idée que la fonction d'onde représente l'état d'une *particule*, et non du *système* dans lequel se trouve la particule. Dans le cas présent, cette idée, que j'ai du reste crue pendant longtemps puisqu'elle est enseignée partout, me posait une vraie difficulté. En effet, si on y réfléchit, on réalise que les phénomène d'interférence dépendent beaucoup moins des photons que du reste du dispositif.

[59] Voir par exemple https://physique.cmaisonneuve.qc.ca/svezina/nyc/note_nyc/NYC_XXI_Chap%205.4.pdf ou encore https://claude-gimenes.fr/physique/mecanique-quantique/-viii-fonction-d-onde-en-mecanique-quantique

Ainsi, si on enlève une des deux fentes, les interférences disparaissent entièrement. En revanche, si on enlève un photon ou un autre, les interférences finiront par apparaître avec les photons suivants. Aucun photon individuel ne permet de voir les franges d'interférences. Le tout premier photon ne *démontre* pas l'existence de ces interférences, et pourtant il en *fait partie*, comme on le découvrira avec l'accumulation des événements. Ce ne sont donc pas les photons, et encore moins un photon particulier, qui définissent les phénomènes observés.

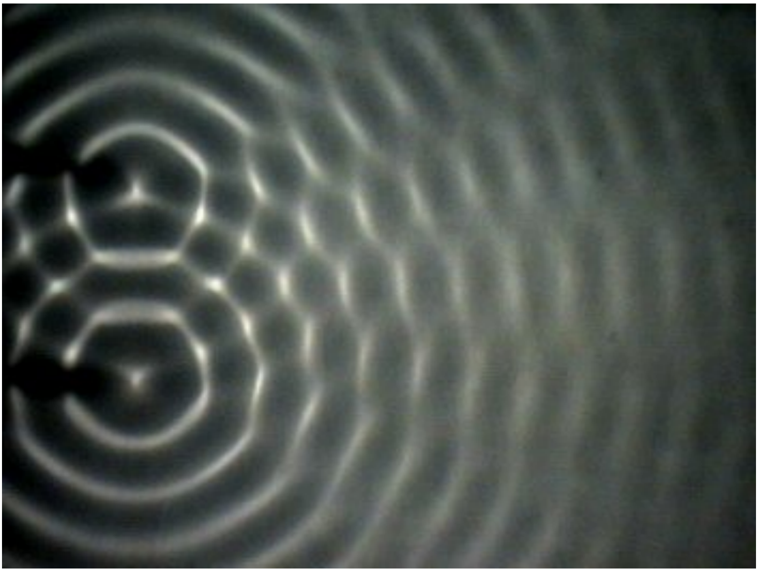
Les fentes ne sont d'ailleurs pas le seul élément nécessaire. La source de photons doit émettre de la lumière *cohérente*, c'est à dire avec une fréquence fixée et stable. C'est le cas pour un laser, mais pas par exemple pour une lampe à incandescence. De même, les fentes doivent être taillée dans un matériau *opaque*. Cela peut avoir l'air tautologique, mais avec un panneau en verre, les interférences n'apparaîtront pas non plus. Enfin, la *distance* entre les fentes et l'écran doit être fixe. L'expérience ne marche pas si les divers éléments flottent dans l'espace ou sont suspendus à des ficelles.

Pourquoi alors dire que c'est le photon qui interfère et pas le reste du dispositif expérimental ?

❖

Une fois admis que les interférences requièrent un ensemble d'éléments, et que les photons ne jouent finalement qu'un rôle secondaire, il devient alors beaucoup plus facile de trouver une façon de reproduire autrement le même type de résultat. Nous allons utiliser des canards en plastique.

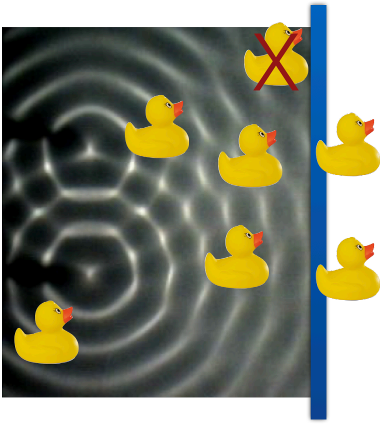
Commençons par installer une «*cuve à ondes*», c'est à dire un grand bassin plein d'eau, où se trouvent des «*plongeurs*», c'est à dire des objets animés d'un mouvement vertical alternatif. On peut se servir de ce dispositif pour créer des ondes dans l'eau qui soient belles, régulières, en un mot *cohérentes* comme peut l'être la lumière d'un laser. On aura alors des interférences:



Interférences dans une cuve à ondes

On peut ensuite disposer un muret à l'extrémité de la cuve à ondes, à un endroit où l'amplitude des vagues est encore assez fortes, de façon à ce que l'eau affleure au plus haut des vagues.

Plaçons maintenant un petit canard en plastique dans le bassin. S'il arrive à sortir du bassin, il le fera évidemment plus facilement à un endroit où l'amplitude des vagues est élevée qu'à un endroit où les vagues sont neutralisées. L'image ci-dessous, où le muret est représenté à droite, montre diverses positions possibles du canard au cours du temps.



Expérience d'interférences à un seul canard

Nous avons donc construit une expérience tout à fait macroscopique, et qui pourtant reproduit exactement la phénoménologie de l'expérience de Thomas Young à un seul photon. Le canard sortira à un endroit un peu aléatoire, mais seulement là où les interférences dans l'eau sont constructives.

On pourrait évidemment dire que le canard interfère avec lui-même, mais il y a des chances que vous pensiez maintenant que cette terminologie est inutilement confuse.

Cette analogie a de nombreuses limites. En particulier, dans le cas des photons, les ondes et les particules sont toutes deux d'origine électromagnétique, un peu comme si l'eau était faite de canards ou inversement, et les photons sont beaucoup plus « fluides » que l'eau, ce qui fait que les phénomènes d'atténuation rapide des vagues qu'on observe avec l'eau ne jouent presque aucun rôle.

Malgré ces limites, l'analogie permet de bien visualiser la distinction entre origine et manifestation des interférences.

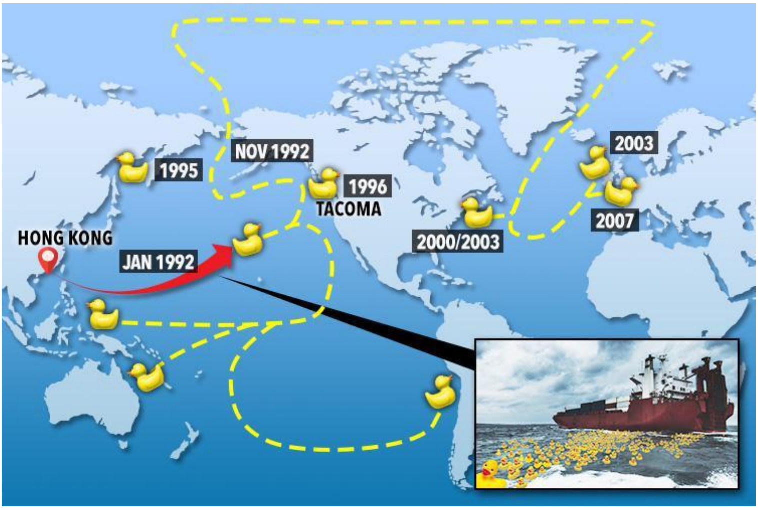
On notera pour finir que l'emploi de canards en plastique dans notre analogie n'est pas totalement fortuit. Ce choix dérive d'une part d'une technique ancestrale d'informaticien appelée « *méthode du canard en plastique*[60] », qui consiste en gros à parler à un canard en espérant trouver ainsi la réponse à un problème insoluble. Le nombre de canards en plastique consommés de cette façon pour l'élaboration de la présente théorie est inavouable.

Les canards en plastique se sont échappés !

60 https://fr.wikipedia.org/wiki/Méthode_du_canard_en_plastique

L'autre justification de ce choix est que l'expérience d'interférence quantique avec des canards a été réalisée en grand, un peu par accident, lorsque des milliers de canards en plastique sont tombés d'un container[61], comme le montre la photo ci-contre.

Grâce à cette expérience, nous savons maintenant, de façon totalement scientifique, que le déplacement de canards en plastique obéit bien aux lois du hasard. On a en effet retrouvé ces attachants petits animaux répartis sur toute la planète, comme illustré ci-dessous.



Trajectoire observée des canards en plastique au cours du temps

❖

En théorie des mesures incomplètes, on peut construire un probavecteur associé aux différentes positions de

[61] Voir le livre *Moby-Duck: The True Story of 28,800 Bath Toys Lost at Sea*, de Donovan Hohn.

sortie possible pour le canard, ou aux différentes positions possibles sur l'écran pour un photon.

Si on répète l'envoi de canards ou de photons, on obtiendra un probavecteur dont les composantes seront inégales. Il y a moins de chance que le canard passe là où les interférences sont destructives que là où elles sont constructives. De même, on peut observer expérimentalement une répartition des photons en franges d'interférence. Interprété ainsi, le probavecteur est utilisé pour représenter une connaissance expérimentale.

Empiriquement, le résultat obtenu ne dépend pas vraiment des photons ou des canards, mais plutôt du dispositif dans lequel ils se trouvent. Pour les canards, ce sera la position des plongeurs dans la cuve, ainsi que la fréquence et l'intensité de leur mouvement. Pour les photons, ce sera la largeur des fentes et l'écart entre elles.

Certaines propriétés des canards ou des photons joueront aussi un rôle dans le résultat observé. Ainsi, le poids et la dimension des canards, ou plus exactement la relation entre ces quantités et la taille des vagues, déterminera si une vague arrive à faire passer un canard par dessus le muret. Par exemple, un canard de deux tonnes aura du mal à être envoyé de l'autre coté du muret par des vagues d'un centimètre.

Il en va de même avec les photons, dont la longueur d'onde détermine à la fois l'énergie et la capacité à subir un phénomène de diffraction au niveau des fentes, permettant la création d'ondes circulaires depuis les deux fentes.

❖

On peut aussi utiliser un probavecteur pour représenter une connaissance théorique de la probabilité de passage des canards ou des photons à un endroit particulier. Cette probabilité sera prédite à l'aide d'un modèle ondulatoire, comme en mécanique quantique pour les photons, mais en utilisant évidemment des ondes discrètes.

Le modèle de la mécanique quantique est établi à l'aide du calcul infinitésimal. Il utilise pour les ondes électromagnétiques dans le vide un modèle d'ondes « circulaires » décrites à l'aide des fonctions sinus et cosinus. Ce modèle est obtenu en résolvant des équations différentielles qui équilibrent entre elles les valeurs du champ électrique et du champ magnétique, un système d'équations établies en 1865 par James Clerk Maxwell.

Cet équilibre correspond aux conditions de conservation nécessaires à l'application des idées décrites dans le chapitre intitulé *La fabrique à ondes*, et donc à un modèle conservant et comparant des quantités discrètes, qu'il s'agisse du nombre de molécules d'eau ou de la charge électrique.

On obtiendra donc un modèle d'onde discrète qui aura les mêmes propriétés à grande échelle que l'onde sinusoïdale utilisée en mécanique quantique, mais permettra aussi de traiter numériquement des cas moins réguliers, comme on l'a vu avec la simulation d'eau numérique présentée précédemment. On y verra en particulier des phénomènes d'interférence.

L'amplitude du champ discret permet ensuite de prédire le probavecteur position en prenant la valeur du probavecteur représentant l'onde au niveau du muret pour les canards ou de l'écran pour les photons.

❖

Il existe cependant une différence fondamentale entre les deux façons de prédire la position d'une particule, c'est à dire entre la fonction d'onde continue de la mécanique quantique, basée sur le calcul infinitésimal, et la représentation sous forme de probavecteurs de la théorie des mesures incomplètes.

Pour la mécanique quantique, la position d'une particule peut donner une infinité de résultats, étant définie sur tout l'espace, alors que l'état mort-ou-vivant du chat, par exemple, n'avait que deux résultats possibles. Techniquement, la fonction d'onde est un exemple d'observable « de dimension infinie », ce qui lui permet de prédire toutes les position souhaitées.

Il y a pourtant un problème ennuyeux avec cette façon de faire : elle prédit des choses impossibles.

Considérons l'exemple d'un photon qui atteint une plaque photographique dans notre expérience d'interférence à un seul photon. Dans le formalisme quantique actuellement enseigné un peu partout, la position du photon se prédit à l'aide d'une fonction d'onde sur « tout l'espace » . Plus précisément, le carré de l'amplitude de la fonction d'onde définit la probabilité de présence du photon.

Pour la plupart des conditions d'émission simple, cette probabilité peut être calculée de façon analytique. Par exemple, c'est de cette façon qu'on peut prédire des interférences dans l'expérience de Young quand il y a deux fentes.

Pour diverses raisons, il est très rare que la fonction d'onde puisse être nulle où que ce soit. Au contraire, le formalisme continu utilisé va généralement trouver une probabilité de présence non-nulle un peu partout, même si elle diminue en général de façon exponentielle avec la distance.

Brian Greene, dans son livre *La magie du cosmos*[62], décrit ce phénomène de la façon suivante (pour un électron au lieu d'un photon, mais dans ce cas précis cela ne fait pas de différence) :

> *Néanmoins, pour autant que la fonction d'onde quelque part dans la galaxie d'Andromède a une valeur non nulle, si petite qu'elle soit, il y a une chance infime, mais réelle — non nulle — que l'électron puisse s'y trouver.*[63]

Évidemment, il y a un sérieux problème à prévoir la détection d'une particule dans la galaxie d'Andromède si nous n'avons *aucun détecteur sur place*.

Toute l'ambiguïté vient en fait de la différence entre la notion de « *présence* » et la notion de « *détection* » ou de « *mesure* ». En mécanique quantique, la fonction d'onde est très souvent considérée comme ayant une *réalité*

---

62 *La magie du cosmos*, Brian Greene, ed. Robert Laffont, ISBN 2-221-09555-3.

63 Traduction de l'auteur à partir de la version anglaise, *The Fabric of the Cosmos*

physique, parce que c'est l'état le plus complet possible pour décrire le système.

De façon ironique, une des raisons de donner une réalité à la fonction d'onde est qu'elle est déterministe, contrairement aux résultats de mesure qu'elle prédit.

Pour la théorie des mesures incomplètes, en revanche, seules les mesures comptent. Par conséquent, dans le cas d'un système où un photon peut atteindre un détecteur de position comme une plaque photographique, toute description qui peut prédire une position précise en dehors du détecteur est fausse. À la rigueur, si on sait mesurer que le photon est parti, on peut avoir un résultat de mesure supplémentaire, « le photon a raté le détecteur », mais on ne *peut pas* avoir un résultat de position précis là où il n'y a pas de détecteur.

Il s'agit d'une différence profonde entre les deux approches, qui est évidemment vérifiable expérimentalement : la théorie des mesures incomplètes ne prédit que des positions mesurables alors que la mécanique quantique prédit de façon routinière des positions dans l'espace totalement invérifiables.

❖

Nous savons donc modéliser de façon purement discrète une des expériences fondatrices de la mécanique quantique. Nous pouvons maintenant nous attaquer à une autre quantité souvent décrite comme « purement quantique », à savoir le spin.

Le spin ne vaut pas un clou

Moment magnétique et orientation

Les opinions sont comme des clous.
Plus on tape dessus, plus on les enfonce.

Alexandre Dumas fils

Le spin est présenté par Wikipedia comme « *la seule observable quantique qui n'a pas d'équivalent classique*[64] ». On considère en général que le spin a été mis en évidence pour la première fois par l'expérience réalisée en 1922 par Otto Stern et Walther Gerlach[65]. Il s'agit là d'un plus beaux exemples d'expérience « ratée », puisque Stern avait à l'origine proposé ce protocole expérimental pour réfuter une hypothèse de Niels Bohr et Arnold Sommerfeld, qu'il a fini en réalité par prouver de façon étonnante.

L'expérience d'origine consiste à envoyer des atomes d'argent à travers un champ magnétique inhomogène,

[64] Tiré de https://fr.wikipedia.org/wiki/Spin en date du 25 mars 2023.

[65] Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Expérience_de_Stern_et_Gerlach

et à observer sur une cible située de l'autre coté de l'appareil comment le champ magnétique les a déviés. L'observation que Stern attendait était une tache d'atomes, répartis entre deux extrémités. Celle qu'il a obtenue était deux taches distinctes seulement aux extrémités.

Le schéma ci-dessous représente l'expérience telle qu'elle est documentée sur Wikipedia :

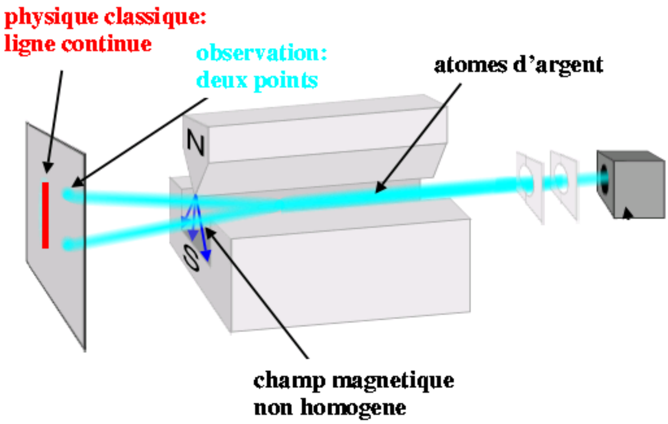


Schéma de l'expérience de Stern et Gerlach

Ce qui rend le spin assez original, c'est qu'il s'agit d'une mesure à la fois quantifiée et orientée. En effet, le résultat obtenu dépend de l'orientation du champ magnétique, mais selon cette orientation, il n'a que deux valeurs possibles et non pas une infinité. Si on mesure selon un axe X, alors on n'aura que deux résultats possibles, qu'on pourra noter X+ et X-. De même avec deux axes Y et Z perpendiculaires au premier : les résultats possibles seront notés Y+, Y-, Z+ et Z-.

Si on prend une population d'atomes et qu'on effectue une mesure selon l'axe X, on obtient alors deux sous-populations correspondant à une mesure X+ et à une mesure X-. On peut ensuite répéter la mesure le long de l'axe X et, sans surprise, les atomes du groupe X+ donneront à nouveau le résultat X+, alors que ceux du groupe X- répéteront le résultat X-. La mesure de spin selon l'axe X se comporte bien comme une mesure d'une propriété des atomes.

On peut enchaîner une mesure de spin selon l'axe Y derrière celle selon l'axe X. On obtient comme pour l'axe X autant de Y+ que de Y-, et ce aussi bien pour les atomes X+ que pour les X-.

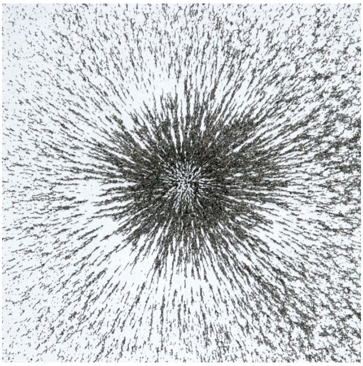
Une analyse classique à ce stade est que la population d'atomes initiale contient *25%* de chacune des catégories X+Y+, X+Y-, X-Y+ et X-Y-. Malheureusement, cette interprétation se heurte à l'expérience suivante.

En effet, si on prend par exemple les atomes X+Y+ et qu'on refait une mesure selon l'axe X, on n'obtient pas X+, mais une répartition équiprobable de X+ et X-. Tout se passe comme si le fait d'avoir mesuré selon Y avait *détruit* la mesure faite précédemment selon X. On ne peut pas mesurer le spin selon X et selon Y simultanément. Toute mesure de l'un invalide la mesure qu'on avait pu faire de l'autre auparavant.

Ce comportement étrange explique pourquoi Wikipedia affirme qu'il n'y a pas d'équivalent classique au spin.

Puisque nous avons parlé de champ magnétique, considérons maintenant un électro-aimant, qui nous permettra de créer un champ magnétique qu'on peut allumer et éteindre à volonté. Dans les illustrations ci-dessous, nous le représenterons à l'aide d'un aimant en fer à cheval.

Certains matériaux ont la propriété de s'aligner le long du champ magnétique. C'est le cas de la limaille de fer, dont on se sert souvent pour montrer les «*lignes de champ*»:



Visualisation d'un champ magnétique avec de la limaille de fer

Un simple clou va, de même, s'aligner avec un champ magnétique. Si on le place entre les pôles de l'électro-aimant et qu'on met le courant, il ne va pas rester dans cette position:

Position instable d'un clou en présence d'un aimant

À supposer que le clou n'ait pas été préalablement magnétisé, la direction qu'il va prendre sera aléatoire quand on mettra le courant. La tête peut aussi bien se mettre à pointer vers le nord, un état qu'on pourrait appeler + par convention, que vers le sud, un état qu'on pourrait appeler -.

Positions stables d'un clou en présence d'un aimant

Il y a à peu de choses près la même chance d'obtenir un état ou un autre[66]. En revanche, un fois que le clou est dans une position, vous pouvez éteindre le courant et le rallumer, le clou va rester dans la même position. Vous pouvez donc faire plusieurs mesures, vous obtiendrez toujours le même résultat, soit + soit - selon le cas.

Vous le devinez sans doute, ce qui est intéressant avec cette mesure est qu'elle donne deux résultats, + et -, et qu'elle est orientée dans l'espace. On peut mesurer le clou selon un axe perpendiculaire, et obtenir deux résultats + et - selon cet autre axe, comme illustré ci-dessous.

---

[66] Cela suppose que le clou soit parfaitement symétrique, ce qui n'est jamais tout à fait vrai.

Positions stables pour une orientation différente de l'aimant

Si on appelle le premier axe X et le second Y, nous avons donc maintenant une mesure selon l'axe X qui peut donner X+ ou X-, et une autre selon l'axe Y, qui peut donner Y+ ou Y-.

Évidemment, ce qui est intéressant est que si on fait une mesure selon l'axe X, puis une selon l'axe Y, le résultat sera aléatoire, puisque la mesure selon l'axe X aura mis le clou dans une position instable pour la mesure selon Y, et inversement.

Comme pour l'expérience du spin, on ne peut pas dans ce système mesurer à la fois selon les axes X et Y. Une mesure selon un axe préserve les mesures faites selon ce même axe, mais détruit la mesure faite selon l'autre... Nous avons donc un comportement macroscopique similaire au spin.

L'analogie avec le spin de notre petite expérience fonctionne un peu moins bien quand le clou n'est pas perpendiculaire à l'axe entre les pôles, en particulier parce qu'un clou n'est pas symétrique : la tête et la pointe n'ont pas la même réaction au champ magnétique. On pourrait l'améliorer, par exemple en utilisant une boussole démagnétisée pour restaurer la symétrie et réduire l'effet de la friction.

La série d'expériences ci-dessus montre à quel point il est important de pouvoir faire intervenir les probabilités en physique, pour modéliser les situations où intervient le hasard. Bien que notre clou et notre électroaimant soient en général vus comme de la physique classique, parce que macroscopique, en réalité nous avons introduit de façon volontaire un aspect aléatoire dans l'expérience, que la mécanique déterministe ne sait pas traiter correctement.

La mécanique quantique a révolutionné la physique parce qu'elle permettait de traiter quantitativement ce type de cas. D'autres théories, comme la physique statistique[67], introduisent aussi des traitements collectifs de grandes quantités d'objets, mais ne s'intéressent pas en général à l'état d'un seul de ces objets. On fera par exemple des calculs de vitesse moyenne sans s'intéresser dans le détail à la trajectoire de chaque particule.

Au contraire, la mécanique quantique, elle, a proposé de considérer comme un « état » une fonction d'onde permettant de prédire les observations futures sur un seul objet, par exemple une particule unique. La fonction d'onde d'une particule permet de prédire où cette particule spécifique peut arriver, quelle(s) valeur(s) son spin peut prendre, et ainsi de suite.

Ce n'est pas contradictoire avec l'observation faite plus haut que la fonction d'onde est en réalité définie par un système, et ne peut s'estimer qu'à l'aide d'un grand nombre d'expériences. Il n'en reste pas moins qu'elle définit la probabilité d'une seule expérience sur

---

[67] Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Physique_statistique

une seule particule, alors que la mécanique statistique ne s'intéresse qu'aux comportements collectifs.

La théorie des mesures incomplètes, de ce point de vue, reprend le flambeau de la mécanique quantique en proposant un modèle quantifié, mais probabiliste, permettant d'évaluer la prochaine expérience.

Par exemple, si on fait cent fois une mesure de spin ou de rotation de clou selon deux axes X et Y, on s'attend à obtenir des résultats comparables à:

	X+	X-	Y+	Y-
Après X+	100	0	50	50
Après X-	0	100	50	50

Ce modèle permet de correctement prédire des résultats qui sont pourtant aléatoires par nature ou par construction, et ce que l'expérience considérée soit à l'échelle microscopique ou non, que le hasard soit fondamental non. Encore une fois, l'origine du hasard importe peu, le modèle reste le même.

❖

Comme le démontre notre petite experience sur les clous, le spin, une des grandeurs les plus typiquement caractéristiques de la mécanique quantique, peut donc être compris à l'aide d'une analogie en mécanique classique. Cette analogie doit, pour fonctionner, introduire un comportement aléatoire, sinon elle ne reproduirait pas les observations qu'on peut faire dans le domaine quantique.

Construire une telle analogie nous permet de démontrer que la théorie des mesures incomplètes, comme la mécanique quantique, sait traiter correctement et quantitativement de tels scénarios. Cependant, à la différence de la mécanique quantique, elle le fait avec un modèle entièrement discret, et non pas continu.

Cette expérience que nous avons pu faire avec des clous et des aimants permet aussi de comprendre de façon intuitive comment effectuer une mesure physique peut rendre invalide une autre mesure réalisée antérieurement, chacune des mesures étant pourtant reproductible si on la fait de façon isolée.

Cette observation est la clef pour saisir un autre concept iconique de la mécanique quantique, qu'on appelle souvent « *principe d'incertitude d'Heisenberg* », mais qui est en réalité un théorème et non un principe. C'est ce fameux principe, souvent très mal compris, dont nous allons parler maintenant.

L'incertitude d'Heisenberg

Principe, théorème et probabilités

L'incertitude n'est pas dans les choses mais dans notre tête.

Jacques Bernouilli

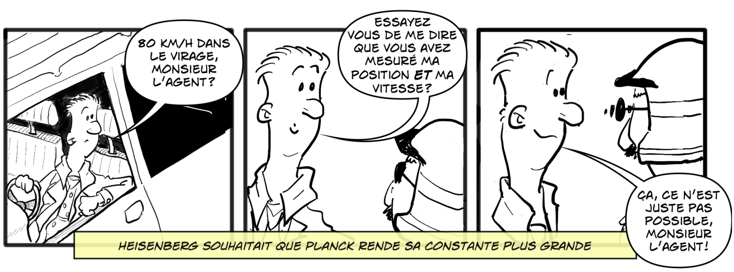
Nous avons vu que le principe de relativité énonce un choix des physiciens concernant la formulation des lois de la physique, et non une contrainte imposée par l'univers.

Ce qu'on appelle le principe d'incertitude d'Heisenberg ne relève pas de la même catégorie. Lorsqu'on affirme qu'il est impossible de mesurer simultanément la position et la vitesse d'une particule, ce n'est pas une préférence de physiciens.

Ce n'est pas non plus véritablement une observation qui s'est imposée, comme par exemple la loi de la gravitation avec la chute des pommes. En effet, les effets de cette incertitude, du moins en ce qui concerne les particules, sont très difficiles à observer en pratique dans la vie courante.

De la même façon que les effets relativistes sont rendus minimes à cause de la valeur gigantesque d'une constante de la physique, la vitesse de la lumière, les effets de l'incertitude concernant la position et la vitesse des particules nous sont largement dissimulés à cause de la petitesse d'une autre constante, la constante de Planck, le plus souvent notée h (ou $\hbar$ pour la constante dite « *réduite* »). L'incertitude dont on parle est elle aussi si petite qu'elle est presque indétectable.

On peut donc en déduire, après un examen minutieux, que Heisenberg n'a pas juste interdit la mesure simultanée de la position et de la vitesse sur la base d'une préférence personnelle, peut-être dans le but de contester scientifiquement ses amendes pour excès de vitesse. Cette hypothèse n'est pas sérieuse, la constante de Planck est bien trop petite pour cela :



Il faut donc chercher la réponse ailleurs. En réalité, l'incertitude d'Heisenberg est le résultat d'un *théorème* qui s'applique à toutes les mesures qui ne sont pas *indépendantes* les unes des autres.

❖

Pour mieux comprendre, revenons aux mesures de position de clous que nous avons utilisées au chapitre précédent. Une mesure selon l'axe X peut donner les deux résultats X+ et X-, une mesure selon l'axe Y peut donner les deux résultats Y+ et Y-. On peut avoir les quatre résultats X+Y+, X+Y-, X-Y+ et X-Y-. On pourrait donc être tenté d'en déduire que les deux mesures selon l'axe X et l'axe Y sont indépendantes.

Mais en réalité, nous avons remarqué qu'une mesure selon l'axe Y détruit la mesure selon l'axe X et réciproquement. Du coup, on ne peut pas librement faire la mesure selon l'axe Y après celle selon l'axe X sans perdre le résultat de la mesure qui vient d'être faite selon l'axe X.

Cela ne veut pas dire pour autant que les mesures selon l'axe X et selon l'axe Y sont corrélées. Au contraire, si on a mesuré X+, on peut avoir aussi bien Y+ que Y-, et avec la même probabilité. Il n'y a donc pas de corrélation sur les résultats, et pourtant les mesures ne sont pas indépendantes l'une de l'autre.

C'est une situation un peu différente aussi bien de celle qu'on pourrait avoir pour la position d'un point sur une table, que de celle d'un point sur une roue de vélo.

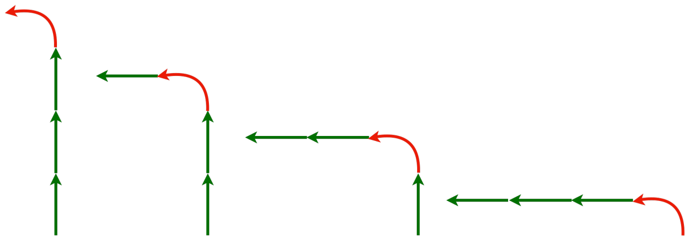
Un point sur une table pourrait être repéré par deux positions le long de deux axes X et Y. Si on se contente d'une résolution en position très faible, on pourrait avoir juste deux mesures de position possibles le long de l'axe X, qu'on pourrait noter là aussi X+ et X- (ou bien « à gauche » et « à droite »), et de même Y+ et Y- (ou bien « devant » et « derrière ») pour l'axe Y. Mais sur la table, les positions en X et en Y sont totalement indépendantes l'une de l'autre. Si je place un pion dans l'un des quatre quadrants, je peux mesurer à la fois sa position en X et sa position en Y. Mesurer l'un n'affecte pas la mesure de l'autre. De plus, les mesures ne sont pas corrélées entre elles non plus. Cela serait vrai à n'importe quelle résolution, c'est le principe du papier quadrillé ou des pixels sur un écran d'ordinateur.

On pourrait aussi avoir un point sur une roue de vélo qui peut tourner librement. Dans ce cas, les mesures selon X et Y sont véritablement indépendantes. Je peux les faire dans n'importe quel ordre, et la mesure selon un axe ne détruit pas le résultat connu pour l'autre axe. En revanche, les mesures sont corrélées entre elles. En connaissant l'une des mesures, je peux calculer la valeur de l'autre parmi deux possibles, puisque je sais que le point se trouve sur le cercle.

Il nous faut donc bien distinguer en physique le fait que deux mesures soient indépendantes l'une de l'autre et le fait qu'elles soient corrélées l'une à l'autre. De façon plus explicite, la notion d'indépendance traduit l'idée qu'on peut faire une mesure après l'autre dans n'importe quel ordre. On dit que les opérations peuvent *commuter*, au même sens que la propriété qu'on appelle commutativité en mathématiques, $a + b = b + a$.

Dans l'exemple des mesures d'orientation des clous, mesurer dans la direction X puis dans la direction Y n'a pas le même effet que mesurer dans la direction Y d'abord, puis dans la direction X. L'orientation du clou à la fin de l'opération n'est pas identique.

En réalité, la majorité des phénomènes physiques ne commutent pas. Par exemple, si on avance d'un pas, qu'on tourne à gauche et qu'on avance de deux pas, on n'arrive pas au même point que si on commence par tourner à gauche, ou si on avance d'abord de deux pas, puis d'un à la fin, ou encore si on tourne à la fin :



L'ordre des opérations physiques a généralement une importance

Revenons à nos mesures d'orientation de clous. Pour réduire notre incertitude sur la position du clou, on doit faire une mesure. Si on mesure selon l'axe X, on réduit l'incertitude concernant l'orientation du clou le long de cet axe. Mais du coup, on maximise aussi l'incertitude concernant la position selon Y, qui devient totalement aléatoire. La réciproque est évidemment vraie.

Par conséquent, réduire l'incertitude concernant une mesure augmente l'incertitude d'une mesure réalisée sur un axe perpendiculaire. C'est cette vérité qu'exprime le théorème d'incomplétude d'Heisenberg. Cependant, la démonstration est beaucoup plus générale, étant en fait mathématique par nature.

Une des applications les plus souvent utilisées du théorème concerne la position et la vitesse d'une particule. Une analogie souvent présentée pour expliquer cela est de dire que pour mesurer la vitesse plus précisément, il faut mesurer sur une distance plus grande. Inversement, si on mesure sur une distance plus courte, alors la mesure de vitesse sera bien moins précise. Cette analogie est très illustrative, mais dans un formalisme continu, elle n'est en fait pas très robuste.

En effet, si l'hypothèse du calcul infinitésimal était valide dans l'univers physique, on pourrait calculer la vitesse avec la précision que l'on veut sur un intervalle d'espace « infiniment petit », puisqu'il suffit de prendre l'intervalle de temps lui aussi « infiniment petit » qui y correspond. On divise deux nombres réels, et cela donne une vitesse par simple division avec un nombre infini de décimales après la virgule.

En revanche, si on ne dispose que de mesures de distance et de durée réalistes, telles que nous les avons définies au chapitre *Lumière et bouts de métal*, qui sont précises à une unité physique près, on ne peut pas tenir le même raisonnement. Si on mesure les distances au mètre près, et le temps à la seconde près, pour avoir une vitesse au dixième près, il faut au minimum dix secondes. Si on parle d'une vitesse de l'ordre d'un mètre par seconde, il faudra donc à peu près dix mètres pour mesurer cette vitesse. Pour une précision de l'ordre du centième, il faudra une centaine de mètres, et ainsi de suite. En bref, plus on voudra une précision élevée, plus il faudra une longue distance.

La description ci-dessus est déjà un peu plus proche de la réalité de ce que raconte ce fameux théorème d'incertitude. Cependant, il y manque encore une dimension essentielle. En effet, pour pouvoir appliquer le raisonnement ci-dessus au cas d'une particule, une unité fondamentale doit être prise en compte, à savoir la constante de Planck déjà évoquée, qui exprime une observation empirique que l'énergie des photons est quantifiée. À noter que comme la célérité de la lumière, cette grandeur fondamentale de l'univers est liée aux photons. Nous en reparlerons.

La présence de cette constante, qui relie de façon empirique la fréquence d'un photon et son énergie, va donner l'ordre de grandeur de l'incertitude des mesures sur une particule, un peu comme l'unité de base dans notre exemple sur la vitesse détermine l'ordre de grandeur des incertitudes.

Dans le cadre de la théorie des mesures incomplètes, le théorème d'incertitude s'applique évidemment, puisqu'il s'agit d'une démonstration mathématique. Pour les particules, on retrouvera la même incertitude qu'en mécanique quantique, car elle est définie par la constante de Planck. En effet, pour les particules, cette relation quantitative entre fréquence et énergie est une *observation*, le résultat de nombreuses mesures.

On peut aussi appliquer le théorème d'Heisenberg à d'autres types de mesures, auquel cas l'incertitude sera liée à la grandeur observée. Pour rappel, le cas des mesures d'orientation sur des clous en donne un bon exemple. L'erreur dans ce cas est de l'ordre d'un « demi tour de clou », une unité certes peu conventionnelle mais appropriée dans ce cas.

❖

Il nous reste une dernière catégorie d'expériences iconiques de la mécanique quantique à discuter, à savoir celles qui dérivent du fameux « paradoxe EPR[68] ». Leur réalisation dans les années 1980 a d'ailleurs valu un Prix Nobel à Alain Aspect en 2022. Ces expériences mettent en avant le caractère « non local » de la mécanique quantique, ce qu'Einstein appelait « une effrayante action à distance », et on considère généralement qu'elles ont osé donner tort au grand savant. Comme nous allons le voir, ce n'est pas tout à fait aussi simple.

---

68 Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Paradoxe_EPR

Effrayante action à distance

Paradoxe EPR et théorème de Bell

On a toujours le choix. On est même la somme de ses choix

Joseph O'Connor

Nous avons vu précédemment que l'expérience où on produit des interférences avec un seul photon à la fois est parfois décrite de façon paradoxale en disant que « le photon interfère avec lui-même ».

Albert Einstein, en collaboration avec deux autres physiciens, Boris Podolsky et Nathan Rosen, a publié en 1935 un article[69] exposant un autre paradoxe du même type. Ces auteurs suggéraient que la description quantique de la réalité physique ne pouvait donc pas être complète. Ce paradoxe est maintenant connu sous le nom de « *paradoxe EPR* » (Einstein-Podolsky-Rosen).

Le paradoxe vient du fait que l'application des règles de la mécanique quantique permet de construire des scénarios où deux particules partagent un même état quantique, une même fonction d'onde. On peut alors

---

[69] *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*, in *Phys. Rev.*, vol. 47, 1935

faire des expériences mesurant « simultanément » deux quantités pourtant soumises au théorème d'incertitude d'Heisenberg, comme la position et la vitesse. Mais au lieu de le faire sur une seule particule, on le fait sur les deux particules après qu'elles se soient séparées d'une grande distance.

On a alors une contradiction entre d'une part le théorème d'incertitude, qui indique qu'on ne peut pas connaître à la fois la position et la vitesse, et d'autre part l'impossibilité, établie solidement par la théorie de la relativité, de transmettre une information plus vite que la vitesse de la lumière, ce qui serait nécessaire pour qu'une particule puisse « informer » l'autre de la mesure qui a été faite.

Pour illustrer, supposons qu'on étudie un processus physique qui crée des paires particule / anti-particule, par exemple des paires contenant un électron et un positron. Supposons ensuite qu'on attende que les deux particules d'une même paire soient séparées par une distance d'une seconde-lumière. On peut alors effectuer une mesure de position sur l'électron, et simultanément une mesure de vitesse sur le positron. Dans ce cas, la mesure de position sur l'électron nous renseignera aussi sur la position (à l'opposé) du positron, et la mesure de vitesse sur le positron nous renseignera aussi sur la vitesse (opposée) de l'électron.

À cause de la distance, l'électron ne peut « informer » en moins d'une seconde le positron du fait qu'on est en train d'effectuer une mesure de position, et ce faisant « interdire » la mesure de vitesse sur le positron. Bien sûr, la réciproque est vraie aussi. Or, il est certainement possible de réaliser les deux mesures en moins d'une seconde. On a donc semble-t-il construit un protocole expérimental permettant de connaître simultanément la vitesse et la position des particules, ce qui contredit le théorème d'incertitude.

À l'inverse, l'idée qu'une valeur mesurée deviendrait instantanément connue de l'autre coté, permettant au théorème d'incertitude de rester valide, relevait d'une forme de non-localité étonnante, ce qu'Einstein a, à l'époque, appelé une « effrayante action à distance ».

❖

L'expérience EPR pose la question difficile de la réalité profonde, ou au contraire du caractère fallacieux de la description quantique de notre univers. Dans l'article de 1935, Einstein avait formulé cette épineuse question en demandant si cette description était « complète ».

Ce terme de « complète » a dans ce contexte un sens un peu différent de celui que nous utilisons quand nous parlons de mesures incomplètes. Une des hypothèses envisagées pour expliquer ce coté un peu fantasque des particules quantiques est celle des « *variables cachées*[70] ». Le but de l'hypothèse des variables cachées était de restaurer un certain niveau de déterminisme. Au lieu d'une description du comportement des particules qui soit véritablement aléatoire, on imagine l'existence d'un état sous-jacent qui détermine en réalité, de façon moins directe, les résultats obtenus.

---

70 Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Variable_cachée

L'explication donnée par Wikipedia me semble assez claire pour mériter d'être citée[71] :

> *La mécanique quantique est non déterministe, dans le sens où elle ne peut pas prédire avec certitude le résultat d'une mesure. Elle ne peut prédire que les probabilités des résultats d'une mesure. Cela conduit à une situation où la mesure d'une certaine propriété sur deux systèmes formellement identiques peut conduire à deux résultats différents. La question se pose inévitablement de savoir s'il peut exister un niveau de réalité plus profond, qui pourrait être formalisé par une théorie plus fondamentale que la mécanique quantique, et pourrait prédire avec certitude le résultat de la mesure.*

Pendant longtemps, l'expérience EPR est restée une curiosité, un de ces fort nombreux « paradoxes » liés à la mécanique quantique ou à la relativité. Mais cela ne restait, tout comme l'hypothèse des variables cachées, qu'une question purement théorique.

Cela a changé en 1964, quand John Stewart Bell a remarqué qu'on pouvait évaluer de façon statistique la présence éventuelle de variables cachées. Le test permettant de détecter si une théorie est déterministe, ce sont les fameuse « *inégalités de Bell*[72] », si fascinantes par leurs implications qu'elles ont même fourni son titre à une bande dessinée[73].

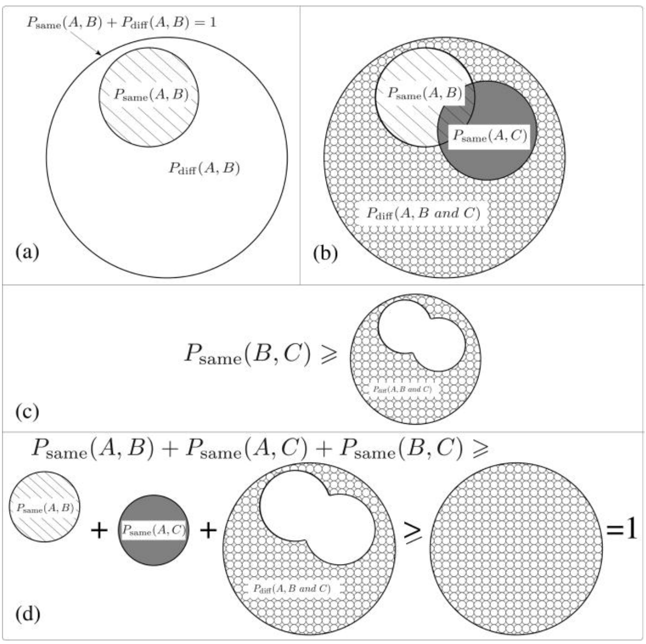
---

[71] *Ibid*. en date du 26 mars 2023

[72] Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Inégalités_de_Bell

[73] https://www.bedetheque.com/BD-Theoreme-de-Bell-Tome-1-10446.html

Il n'est pas du tout facile d'expliquer de façon simple ces inégalités, mais il existe de nombreuses explications détaillées en ligne[74]. Le principe général est similaire à certaines techniques utilisée pour détecter la fraude grâce aux statistiques. Il consiste à s'intéresser non pas aux probabilités concernant une seule quantité, mais aux probabilités couplées, et d'étudier les recoupements nécessaires entre les différents cas, comme illustré dans la figure ci-dessous[75] :



[74] On peut en particulier recommander celle de N.D. Mermin (en anglais) dans [Bringing home the atomic world: Quantum mysteries for anybody]

[75] Illustration tirée d'un article de Lorenzo Maccone, *A simple proof of Bell's inequality*, publié dans l'American Journal of Physics, disponible en ligne à l'adresse suivante: https://pubs.aip.org/aapt/ajp/article/81/11/854/1042407/A-simple-proof-of-Bell-s-inequality

Dans ce diagramme, on considère trois quantités qu'on nomme A, B et C, supposées avoir chacune une valeur parmi deux possibles. En (a), si on ne considère qu'une paire, par exemple A et B, alors la probabilité $P_{\text{same}}(A, B)$ que les deux résultats soient identiques est complémentaire de la probabilité $P_{\text{diff}}(A, B)$ qu'elles soient différentes : c'est soit l'un, soit l'autre, comme illustré en (a).

En revanche, si on considère maintenant en (b) deux paires, alors les probabilités $P_{\text{same}}(A, B)$ et $P_{\text{same}}(A, C)$ peuvent se recouper, puisqu'il existe des cas où les trois valeurs sont identiques. Dans ce cas, la probabilité complémentaire est $P_{\text{diff}}(A, B \text{ and } C)$ que A ne soit identique ni à B ni à C.

Cependant, comme les variables ne peuvent prendre que deux valeurs, si A n'est égal ni à B ni à C, alors B et C doivent être égaux, de sorte que la probabilité $P_{\text{same}}(B, C)$ doit être nécessairement au moins égale à $P_{\text{diff}}(A, B \text{ and } C)$.

Cela permet donc, en (d), de conclure que la relation $P_{\text{same}}(A, B) + P_{\text{same}}(A, B) + P_{\text{same}}(A, B) \geq 1$ doit toujours être vérifiée. C'est une inégalité de Bell pour le cas de variable avec deux valeurs.

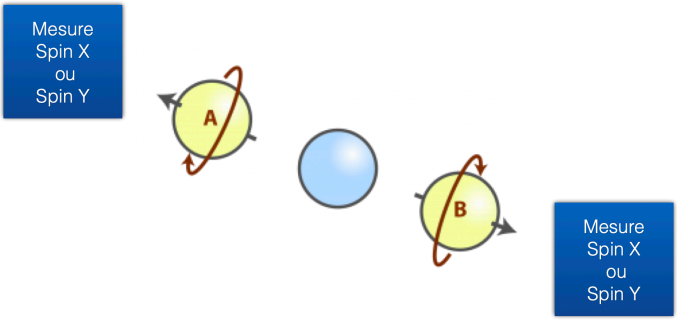
L'intérêt de ces inégalités est qu'elle permettent de répondre de façon mathématique à la question de la présence de variables cachées, c'est à dire d'une réalité plus profonde hypothétique qui permettrait en fait de déterminer de façon exacte par exemple les résultats de mesure de spins selon X et Y. Une telle variable cachée rendrait par exemple possible la mesure simultanée de la vitesse et de la position d'une particule.

En effet, les inégalités de Bell doivent être vérifiées si les valeurs observées sont non pas *fondamentalement* aléatoires, mais simplement inconnues, et déterminées par une réalité sous-jacente. Au contraire, si la réalité est vraiment aléatoire, alors on devrait pouvoir observer des violation de ces inégalités.

❖

De nombreuses variantes de l'expérience EPR ont été mise au point et discutées, par exemple où l'on effectue deux mesures de polarité sur des photons, ou bien deux mesures de spin selon des axes différents.

Le premier test expérimental permettant de vérifier de façon concluante une violation des inégalités de Bell a été proposée par Alain Aspect en 1975, puis réalisée entre 1980 et 1982. Ces expériences, qui semblent avoir donné raison à la mécanique quantique[76], lui ont valu un Prix Nobel en 2022.



[76] Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Expérience_d'Aspect

Nous avons vu au chapitre intitulé *Le spin ne vaut pas un clou* que la mesure de spin pouvait être faite le long de n'importe quel axe. Nous pouvons du coup envisager les mesures le long d'axes orientés différemment.

Ce qu'une violation des inégalités de Bell prouve dans ce cas n'est pas l'inexistence d'un état sous-jacent à notre système. En effet, l'orientation du clou peut être vue comme étant un tel état «plus profond» décrivant la réalité avec plus de détail que le seules mesures d'orientation selon les axes X ou Y.

Le théorème de Bell permet juste, dans ce cas, de distinguer les prédictions entre le cas où l'orientation de nos clous est effectivement aléatoire lorsqu'on change d'axe (cas de l'électroaimant) du cas où on peut faire les deux mesures simultanément, comme pour la position d'un objet jeté au hasard sur la table à quatre quadrants dont nous avons parlé précédemment.

❖

On peut faire encore plus paradoxal, en réalisant des expériences dites « à choix retardé », où on change les conditions permettant l'apparition d'interférence après avoir envoyé la particule dans le système, et où on peut vérifie a posteriori les corrélations.

Cette catégorie d'expériences introduisent ce que Wikipedia décrit, d'une façon que j'estime verser un peu dans le sensationnalisme, comme une « rétroaction implicite dans le temps »[77], avant d'ajouter :

---

[77] De https://fr.wikipedia.org/wiki/Expérience_de_la_gomme_quantique_à_-choix_retardé en date du 26 mars 2023.

> *Les équations de la mécanique quantique imposent à la particule d'avoir vérifié lors du premier passage des conditions qui ne sont pourtant stipulées que « postérieurement », par intervention ultérieure du détecteur ou non. En d'autres termes, cette intervention du détecteur « semble » modifier le passé de la particule.*

Dans cette description des choses malheureusement assez fréquente, la particule n'interagirait pas seulement avec elle-même, mais avec une version passée d'elle même. Une autre façon de dire la même chose est que la particule serait capable de prédire l'avenir. On voit bien à quel point cela peut être considéré comme choquant et très contre-intuitif. Et pourtant, il existe des vérifications expérimentales. C'est l'interprétation de ces expériences qui pose en fait problème.

On trouve facilement plusieurs vidéos pédagogiques d'Alain Aspect sur ce sujet[78], qui sont très intéressantes en ce qu'elles illustrent à la fois la subtilité de la base théorique du raisonnement et la finesse expérimentale requise pour mettre en évidence les effets en question. Ces vidéos permettent en particulier de comprendre comment on peut vérifier qu'il n'y a qu'un seul photon dans le système à un moment donné.

La chose essentielle à retenir est que ces expériences sont maintenant confirmées de façon empirique. C'est effectivement de cette façon étrange que les particules se comportent. Ces expériences ont conduit à un prix

---

[78] Je recommande en particulier la vidéo intitulée *Le photon, onde ou particule ? L'étrangeté quantique mise en lumière*, https://www.youtube.com/watch?v=_kGqkxQo-Tw.

Nobel récent. Elles sont donc admises comme valides par la communauté des scientifiques. Les descriptions que j'ai déjà citées ne sont pas du tout considérées comme des élucubrations farfelues.

❖

Mais en fait, ce coté paradoxal si caractéristique de la présentation quantique de l'univers dérive surtout des interprétations de la mécanique quantique qu'on peut appeler «*réalistes*», où la fonction d'onde est vue comme ayant une réalité physique, et où les résultats possibles s'en déduisent. C'est le cas pour une des interprétations les plus anciennes, dite « de Copenhague[79] », celle que favorisaient Niels Bohr et Werner Heisenberg.

La théorie des mesures incomplètes se range, de ce point de vue, assez fermement dans le camp opposé, où se trouve par exemple l'interprétation « *statistique* » de Max Born[80], qui date à peu près de la même époque. Nous avons vu précédemment des arguments justifiant ce point de vue, en indiquant comment la fonction d'onde dépendait de façon aisément démontrable de la connaissance de l'observateur, et donc ne représentait pas une réalité physique purement objective.

Nous allons voir que cela élimine assez largement l'aspect paradoxal de l'expérience EPR, et même des expériences à choix retardé. On va l'illustrer grâce à un équivalent macroscopique de l'expérience EPR, où on

---

79 Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/École_de_Copenhague_(physique)

80 Mentionné pour son prix Nobel, https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1954

remplace les particules par... des clous. Décidément, encore et toujours des clous !

Imaginons donc un système lançant deux clous dans deux directions opposées, ces deux clous étant toujours, au départ, orientés de façon opposée, mais au hasard. Il y a donc bien un vrai aspect aléatoire dans l'expérience, à savoir l'orientation de chaque paire de clous, mais par construction, le fait qu'ils soient opposés l'un à l'autre est, lui, déterministe.

On peut attendre que les deux clous soient séparés d'une distance correspondant à une seconde-lumière, et effectuer de chaque coté une mesure d'orientation selon un axe ou un autre.

Si les deux axes sont identiques, on s'attend à avoir une forte corrélation des résultats, en l'occurence qu'ils soient opposés, puisque les clous ont depuis leur départ une orientation opposée. En revanche, si les deux axes sont perpendiculaires, on aura des mesures sans relation évidente l'une avec l'autre, comme nous l'avons vu dans le chapitre intitulé *Le spin ne vaut pas un clou*.

Nous avons donc des effets totalement similaire à ceux que nous avons vus pour le paradoxe EPR, et en particulier dans la variante observant le spin. Pourtant, il n'y a plus rien de vraiment paradoxal dans ce que nous venons de décrire. Tout ce dont nous avons besoin est une corrélation induite par une situation d'origine qui fixe *à la fois* l'état des deux clous, et une opération de mesure qui dépende de l'orientation, appliquée à une orientation construite pour être aléatoire au départ.

Une fois de plus, le paradoxe apparent disparait si, au lieu de parler de l'état de la particule ou des clous, nous considérons qu'il s'agit de l'état d'un *système* générant des particules, ou, ici, des clous, avec certaines propriétés. L'orientation dans l'espace des clous est aléatoire, mais deux clous d'une même paire sont et restent toujours opposés. Par conséquent, une mesure d'orientation du clou selon un axe donné donnera un résultat aléatoire, puisque l'orientation de départ l'est. Néanmoins, deux mesures selon le même axe des deux clous d'une même paire donneront à chaque fois deux résultats opposés, quelle que soit la distance.

La vitesse de la lumière ne joue en réalité aucun rôle dans l'expérience, non plus que la position des deux mesures de clous opposés. Et surtout, il n'y a besoin pour expliquer les observations ni de la moindre action à distance, effrayante ou non, ni de variable cachées définissant les mesures simultanément selon X et selon Y. Si variable(s) cachée(s) il y a, c'est, en un sens, l'état d'orientation des clous, mais cela ne permet néanmoins pas de mesurer selon deux axes perpendiculaires, car l'expérience d'origine ne le permet déjà pas.

❖

De la même façon, on peut retrouver l'essence des expériences à choix retardé à l'aide d'un jeu appelé «*Jeu de Bagatelle*[81] », que les enfants connaissent bien dans sa version jetable en plastique, et qui ressemble à ce qu'on voit sur l'image ci-contre.

---

81 Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Jeu_de_Bagatelle

Si vous regardez l'image, il y a des scores différents dans les différentes cases. La raison est que le fabriquant, ayant testé une disposition particulière des clous, a pu constater que la répartition statistique des billes n'est pas uniforme à l'arrivée en bas du jeu. Certaines cases ont plus de chances de recevoir des billes que d'autres.

Cette distribution statistique non-uniforme, si on la constate en lançant de nombreuses billes, s'applique néanmoins même si on lance une seule bille. Du coup, on pourrait dire, si on était taquin, que la bille interfère avec elle-même, mais cet exemple renforce en fait l'idée que la bille interfère en fait simplement avec l'ensemble du système, et en particulier avec une disposition de clous donnée, sur lesquels elle va rebondir au hasard.

On peut imaginer une variante de ce jeu où tous les clous sont montés sur une même planche en bois, située sous le plateau de jeu, de sorte qu'on puisse soit monter la planche et faire sortir les clous pour qu'ils interagissent avec les billes, soit descendre la planche, cachant les clous sous le plateau de jeu, qui devient alors tout plat.

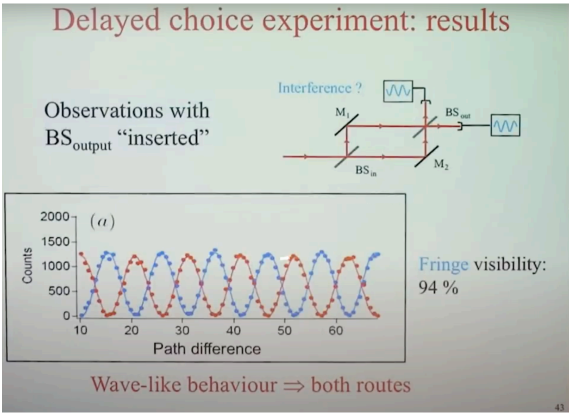
On peut alors faire monter ou descendre les clous de façon aléatoire, juste après avoir envoyé une bille dans le système. Il parait assez évident qu'on observera dans ce cas une corrélation *a posteriori* entre la position (levée ou baissée) des clous et la distribution statistique des positions des billes dans les cases. À chaque fois que les clous sont présents, la planche qui les porte étant levée, on aura la distribution non-uniforme du jeu, et donc des «*interférences*». À l'inverse, chaque fois que les clous seront absents, on aura une distribution des billes plus simple, analogue de la tache unique qu'on observe dans l'expérience des fentes de Thomas Young quand il n'y a qu'un seul trou.

Nous avons donc bien une expérience où le choix de monter ou descendre la planche supportant les clous peut être *retardé* par rapport au lancer de la bille, et où on pourra provoquer a posteriori, après avoir lancé la bille, une «interférence de la bille avec elle-même».

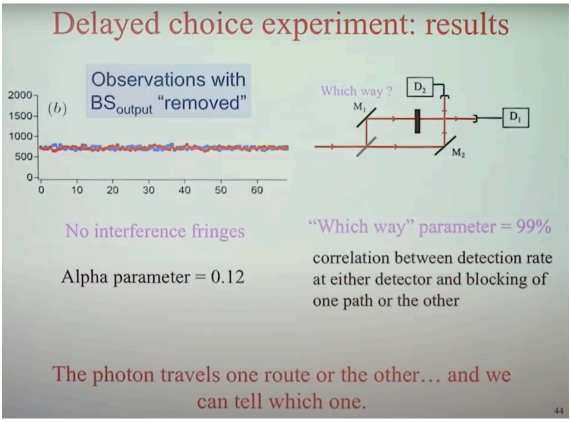
❖

Dans l'expérience d'Alain Aspect, c'est un semi-miroir contrôlé par un signal électronique qui joue le rôle de notre planche à clous, activant de façon aléatoire soit un chemin optique permettant des interférences, soit un chemin optique les empêchant.

On observe alors, en analysant les données après coup, des franges d'interférence uniquement lorsqu'il y avait deux chemins possibles pour le photon :



A contrario, toutes les fois où n'y avait dans le système qu'un seul chemin possible, alors on ne détecte plus les franges d'interférences dans l'analyse des données faites à l'issue de l'expérience :



Dans les deux cas, on effectue l'analyse sur les données après l'expérience, en utilisant la connaissance que l'on a de la position enregistrée du semi-miroir pour filtrer les données reçues au cas par cas, en les classant soit dans la catégorie « un chemin optique », soit dans la catégorie « deux chemins optiques ». On regarde alors pour chaque catégorie si on peut détecter ou non les interférences.

❖

On peut donc construire des équivalent précis, mais purement macroscopiques, des expériences quantiques même les plus paradoxales. Procéder ainsi permet de lever dans une très large mesure l'aura de mystère qui entoure aujourd'hui ces expériences, et de bien mieux comprendre ce qu'elles nous disent vraiment.

Nous allons finir cette courte discussion avec une dernière expérience de la pensée, où nous allons mettre face à face une chauve-souris et un avion supersonique. Cela nous permettra de revenir sur la nature du temps et de l'espace, et de suggérer comme indiqué plus haut que ce que nous appelons «*temps*» et «*espace*» ne sont en fait que des propriétés des photons.

Chauve-souris contre mur du son

Que veut dire “remonter le temps”?

Le pélican est, avec le kangourou,
le seul marsupial volant à avoir
une poche ventrale sous le bec

Marcel Gotlib

Nous avons parlé plusieurs fois plus haut dans ce livre de remplacer le temps et l’espace « *vrais* », que Newton avait introduits, par des *mesures* de durée et de distance. Mais en quoi consistent exactement ces mesures ?

Commençons par une question toute simple : qu’est ce qui ne mesure *pas* le temps ou l’espace ? Notre oreille mesure des sons. Un seau mesure un volume de liquide. Des braises dégagent une chaleur qu’on sait mesurer avec un thermomètre. Tout cela n’a rien à voir avec le temps et l’espace. Et pourtant...

Notre ouïe nous permet d’estimer la distance et la direction d’un son. Nous avons aussi tous appris à compter les secondes entre un éclair et le tonnerre associé pour trouver la distance d’un orage. Par ailleurs, la hauteur d’une note est la fréquence des vibrations sonores, donc liée à la durée entre deux fronts d'onde. Bref, notre oreille mesure l'espace et le temps.

De même, les toutes premières horloges s'appelaient des clepsydres, et étaient précisément constituées... d'un seau se remplissant d'eau à une vitesse à peu près calibrée. Nos sabliers fonctionnent encore sur le même principe. Un volume peut donc mesurer une durée!

Enfin, une des mesures de temps et d'espace sans doute les plus importantes pour la survie dans notre lointain passé était la durée d'un feu et le volume qu'il pouvait chauffer. C'est même l'étymologie d'une mesure de distance floue, qu'on appelle notre « *foyer* », et qui évoque encore aujourd'hui un certain confort. Au final, une quantité de chaleur a donc servi autrefois à mesurer durées et distances.

❖

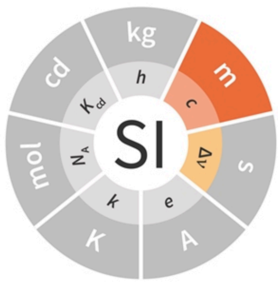
Du coup, on peut se poser la question de trouver ce qui est la *meilleure* mesure de temps ou d'espace.

Parmi tous nos sens, il semble assez raisonnable d'affirmer que la vue nous donne la résolution la plus fine pour les mesures de distance. Nous pouvons, par nos yeux, enregistrer une image très précise de ce qui nous entoure. À l'œil nu, on peut aisément voir des objets d'une taille bien inférieure au millimètre, aussi bien qu'observer le monde autour de nous jusqu'aux plus lointaines distances astronomiques.

La lumière semble donc être le moyen le plus précis à notre disposition pour faire des mesures de distance.

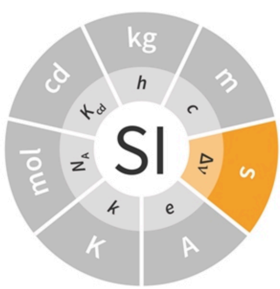
C'est d'ailleurs à partir de propriétés de la lumière que nous définissons le mètre[82] depuis 1961 :

Le mètre, symbole m, est l'unité de longueur du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la vitesse de la lumière dans le vide, *c*, égale à 299 792 458 lorsqu'elle est exprimée en m s^{-1}, la seconde étant définie en fonction de $\Delta\nu_{Cs}$.



C'est aussi à partir d'un phénomène lié à la lumière que nous définissons la seconde[83], en utilisant une émission de photon particulière :

La seconde, symbole s, est l'unité de temps du SI. Elle est définie en prenant la valeur numérique fixée de la fréquence du césium, $\Delta\nu_{Cs}$, la fréquence de la transition hyperfine de l'état fondamental de l'atome de césium 133 non perturbé, égale à 9 192 631 770 lorsqu'elle est exprimée en Hz, unité égale à s^{-1}.



Les choix du césium 133 et des autres détails indiqués dans la définition correspondent plus à une certaine mise en œuvre qu'à quoi que ce soit de spécifique à cet

[82] Voir le site du BIPM: https://www.bipm.org/fr/si-base-units/metre

[83] Voir https://www.bipm.org/fr/si-base-units/second

atome. En réalité, à peu près n'importe quelle transition de n'importe quel atome aurait pu être utilisée.

Toutes ces transitions de niveau d'énergie atomique se font à une fréquence spécifique. C'est la base de la spectroscopie[84], qui nous permet de déterminer avec précision la composition d'étoiles distantes à partir des raies spectrales de la lumière qui nous en parvient. Plus quotidiennement, c'est ce qui détermine la couleur plutôt rouge des braises, jaune d'un feu de bûches, et bleue des flammes de notre cuisinière à gaz.

Ces couleurs sont liées à l'énergie des photons émis, qui elle-même dépend de la température. Le rouge est une fréquence d'ondes électromagnétiques plus basse, moins énergétique, liée aux températures plus faibles ; le jaune est une fréquence intermédiaire pour une température moyenne ; enfin, le bleu est une fréquence plus élevée, associée à une flamme beaucoup plus chaude.

Ce n'est pas forcément intuitif, mais nos yeux, par le biais des couleurs, nous donnent aussi des mesures de durées extrêmement courtes, de l'orde du millième de millionième de millionième de seconde, ce qui est bien plus fin que la meilleure des montres à quartz.

Il n'y a pas que la définition moderne des distances et des durées qui soient aujourd'hui basées sur de telles propriétés de la lumière. Les méthodes de mesure plus traditionnelles, et du coup les définitions antérieures,

---

84 Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Spectroscopie

sont elles aussi toutes très directement liées à des phénomènes d'origine électromagnétique.

Prenons par exemple la définition historique du mètre qu'on appelait «*mètre étalon*». Cette définition est liée à l'outil le plus courant encore aujourd'hui pour mesurer des distances, à savoir les objets solides du type mètre-ruban, pied, double décimètre, largeur de la main, ou la circonférence de la roue d'une voiture. Tous ces objets doivent être *solides* pour que la mesure puisse être effectuée : une règle en plastique fondue ne permet pas de bien mesurer les distances, pas plus qu'on ne peut mesurer une longueur avec le contenu d'un verre d'eau renversé.

Or, si la physique moderne a, au cours du siècle dernier, identifié quatre forces dites « *fondamentales* », indépendantes les unes des autres (électromagnétique, faible, forte et gravitationnelle), la seule qui joue un rôle significatif pour préserver la forme d'un solide est la force électromagnétique. Les autres forces sont totalement *négligeables* pour définir ou maintenir la forme du mètre étalon ou du double décimètre. Par conséquent, les mesures de distance les plus traditionnelles sont elles aussi bien définies par des propriétés des photons.

Vous pourrez vérifier par vous-même que c'est aussi le cas pour l'unité la plus floue et la plus ancienne dont nous avons parlé, le foyer. La chaleur nous est transmise principalement par le biais de rayonnements, soit de façon directe pour la chaleur radiante, soit de proche en proche pour la convection.

Par ailleurs, ces remarques sont aussi vraies pour les mesures historiques de temps. Une horloge à balancier dépend certes de la gravitation. Cependant, celle-ci ne joue que le rôle d'une constante locale, uniforme sur notre planète. Une horloge comtoise placée sur la Lune ou sur Jupiter ne donnerait plus du tout l'heure exacte. En réalité, le coeur du mécanisme n'est pas la force de gravitation elle-même, qu'on pourrait remplacer par toute autre force de rappel. Ce qui importe, c'est le mouvement synchrone d'un mécanisme solide, défini par des interactions électromagnétiques, et donc par des photons. Pour le vérifier, essayez d'imaginer une horloge dont le balancier serait fait uniquement de gaz ou de liquide... Comment pourrait-elle marcher?

On peut aussi le vérifier pour un chronographe, où un ressort transmet des forces à un mécanisme solide, dans une montre à quartz, où un système électronique mesure une déformation due à l'effet piézo-électrique, et enfin, de façon un peu moins intuitive, dans une clepsydre où aussi bien l'écoulement contraint d'une certaine quantité de liquide que son arrêt final dans un récipient de volume connu à l'avance, sont dominés par les forces électromagnétiques dans les solides.

En conclusion, il est raisonnable d'affirmer que toutes les mesures à notre disposition pour le temps comme pour l'espace, y compris les définitions les plus modernes, sont déterminées par des phénomènes d'origine électromagnétiques, et donc par les propriétés des photons.

On a vu que, en théorie des mesures incomplètes, il n'y a plus de temps et d'espace en tant que toile de fond continue. À la place, il n'y a plus que des mesures de distance et de durée. Celles-ci sont toutes liées à des propriétés de l'interaction entre photons et matière.

Cette suppression de l'espace-temps au profit des photons est peut être une des idées les plus étonnantes de la théorie. Ce sera donc probablement une des plus controversées. De façon ironique, cela peut expliquer assez bien l'échec des tentatives d'Einstein à construire une théorie du champ unifié. En effet, il cherchait à ajouter l'électromagnétisme au modèle de la relativité générale, mais il y était déjà présent via l'espace-temps.

❖

Lorsque nous regardons une scène, la lumière que nous voyons, les photons que nos yeux détectent, provient de l'une des trois sources suivantes :

1. La lumière directement émise par l'objet, comme c'est le cas pour le soleil, une lampe ou encore les flammes.
2. La lumière d'une source externe active, du type précédent, qui est réfléchie par l'objet.
3. La lumière d'une source, par exemple une lampe, qui sert à illuminer l'objet, et est ensuite réfléchie vers la source.

Le troisième cas semble très proche du second, mais permet aussi de réaliser des formes de télémétrie plus précises, en mesurant le temps que met la lumière à faire l'aller-retour, comme sur la figure ci-après.

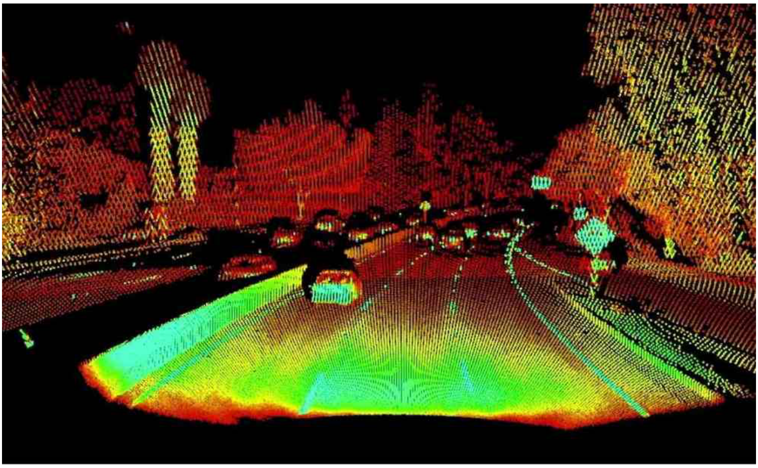


Image produite par un LIDAR

L'image ci-dessus est produite par un LIDAR[85], un dispositif qui mesure la distance de chaque point que l'on peut y voir. La technique est très similaire au sonar, mais en utilisant des ondes lumineuses et non sonores.

Ce type de technologie est devenu assez courant de nos jours : on la trouve dans des contrôleurs pour consoles de jeu[86] ou des téléphones portables[87].

❖

Notre perception du monde à l'aide d'ondes lumineuses fonctionne donc de façon très analogue à la celle qu'on peut construire à l'aide d'ondes sonores.

---

85 Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Lidar

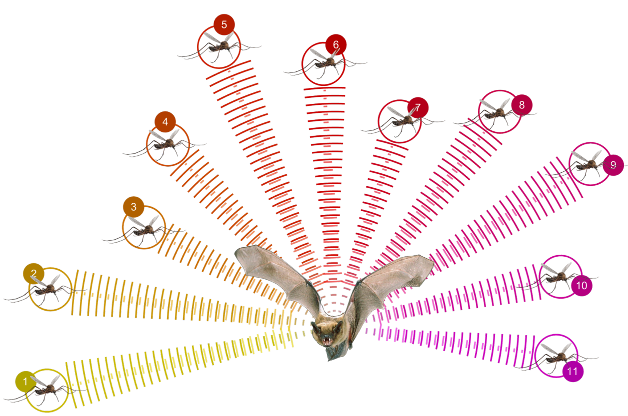
86 Comme la Kinect de Microsoft, voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Kinect

87 Comme l'iPhone 12 pro de Apple, voir https://www.sciencesetavenir.fr/high-tech/reseaux-et-telecoms/a-quoi-correspond-vraiment-le-scanner-lidar-qui-equipe-l-iphone-12-pro-d-apple_148385

1. La lumière émise par un objet correspond au cas où nous entendons directement une source sonore, comme un moteur de voiture, et pouvons repérer ainsi sa position dans l'espace. Pour les sous-mariniers, cela correspond à l'écoute passive.
2. La lumière d'une source externe qui est réfléchie sur un objet fonctionne de la même façon que l'écho que nous entendons dans une cathédrale, et qui nous donne cette impression de volume.
3. La lumière réfléchie vers un émetteur fonctionne comme un sonar, ce qu'on appelle aussi écoute active.

Cette analogie rend fascinante une expérience de la pensée toute simple : comment une chauve-souris perçoit-elle un avion supersonique ?

Commençons par étudier le cas d'un moustique, une cible plus traditionnelle pour les chauve-souris que les avions, comme illustré ci-dessous :



Perception d'un moustique par une chauve-souris

Dans ce cas, le sonar de la chauve-souris émet de façon répétée un signal sonore. Le temps de trajet du son après un aller-retour vers le moustique informe la chauve-souris sur la distance, et en combinaison avec la direction du signal renvoyé, cela permet un repérage assez exact de la position du moustique dans l'espace.

On voit sur la figure précédente que ce processus peut être répété pour reconstruire un échantillonnage de la trajectoire du moustique, ce qui semble suffisant pour permettre aux chauve-souris de se nourrir. Cela repose sur le fait que la plupart des moustiques volent à une vitesse très inférieure à celle du son, ce qui garantit que l'écho aura largement le temps de faire l'aller-retour sans que le moustique ait trop bougé.

❖

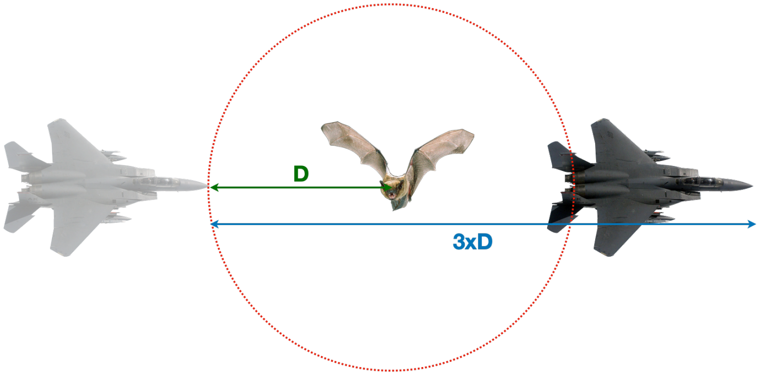
Considérons maintenant le cas moins fréquent d'un moustique supersonique, ou de façon plus réaliste, d'un avion de chasse ayant passé le mur du son.

Nous savons que de tels objets existent, puisque nous savons les fabriquer (je parle des avions, pas des moustiques). À noter qu'on admet le plus souvent, depuis la théorie de la relativité, qu'il n'existe à l'inverse pas d'objets se déplaçant plus vite que la vitesse de la lumière, même si de nombreux physiciens ont émis l'hypothèse qu'il existerait des particules se déplaçant toujours plus vite que la lumière, appelées «*tachyons*[88]».

Prenons par exemple le cas d'un avion volant à trois fois la vitesse du son, et considérons le cas d'une écoute

88 Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Tachyon

passive. Comme indiqué sur le diagramme ci-dessous, cela veut dire que pendant que le son venant de l'avion parcourt une distance D, l'avion lui-même parcourt une distance triple $3 \times D$:

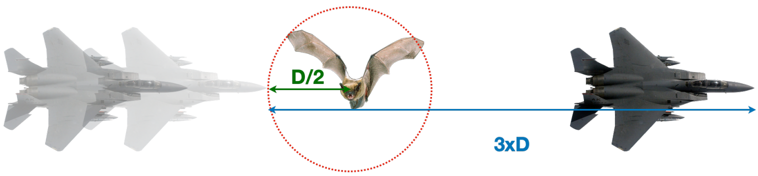


Un avion supersonique laisse l'onde sonore derrière lui

Ce que va percevoir la chauve-souris dans ce cas est donc une *image fantôme* de l'avion, qui se situe à un point où l'avion n'est plus. Beaucoup d'entre nous ont d'ailleurs expérimenté cela personnellement, cherchant des yeux un avion sur la base du son qu'il a émis et que nous entendons, pour repérer finalement qu'il se trouve en réalité très largement en avance par rapport à cette position perçue par le biais des ondes sonores.

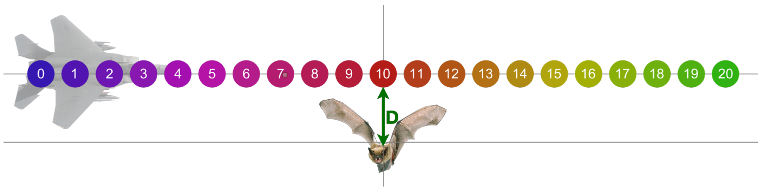
Si on considère ensuite le son émis alors que l'avion est à la moitié de la distance D, on comprend bien qu'au moment où ce son là est généré, l'avion a déjà *dépassé* le son émis antérieurement et venant de la distance D.

Par conséquent, pour la chauve-souris, ce son émis à mi-distance arrive *avant* le son venant de la distance D, comme indiqué sur l'image page suivante.



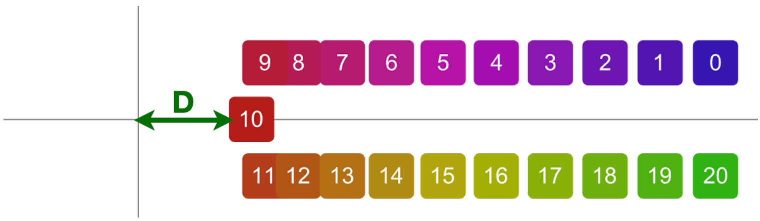
Perception d'une image sonore fantôme de l'avion supersonique

Essayons alors de faire une analyse des différents points de la trajectoire alors que l'avion passe devant la chauve-souris, à une distance *D*, suivant une trajectoire en ligne droite :



Points successifs parcourus par l'avion en ligne droite

Dans ce cas, la chauve-souris va d'abord entendre le son venant du point numéroté 10 dans le diagramme, puis juste après le son venant des points 9 et 11, puis des points 8 et 12, de sorte que la perception des *instants* associés à chaque point de la trajectoire va la conduire à interpréter *à l'envers* toutes les sons émis par l'avion avant l'instant 10 :



Perception du temps auquel les divers signaux sont émis

La chauve-souris va donc avoir l'impression d'entendre non pas un avion passant de gauche à droite, mais *deux* avions *apparaissant* simultanément, un avion « fantôme » volant vers la gauche, dont les images sonores arrivent *en même temps* que l'avion réel qui vole déjà à droite.

Du point de vue de la chauve-souris, l'avion qui part vers la droite et celui qui part vers la gauche semblent avoir exactement les mêmes caractéristiques, sauf que celui qui part à gauche vole à l'envers. Ses commandes de vol semblent réagir d'une façon rétroactive. Si vous avez vu le film *Tenet*, vous pouvez avoir une petite idée de comment cet avion fantôme semblerait obéir aux lois de la physique.

Cet avion qui semble voler à l'envers, on pourrait du coup l'appeler un *anti-avion*, puisqu'il partage avec l'avion normal toutes les caractéristiques, sauf qu'il semble remonter le temps. Ce que nous venons de décrire, vous l'aurez compris, est très similaire au phénomène connu sous le nom d'*anti-matière*.

Par ce qui n'est, je crois, pas du tout une coïncidence, le célèbre prix Nobel de physique Richard Feynman avait lui aussi fait remarquer qu'on pouvait interpréter l'anti-matière comme étant de la matière normale remontant le temps. C'est d'ailleurs la façon dont on la représente sur les diagrammes de Feynman[89].

De même, les experts de la théorie de la relativité savent, contrairement aux auteurs de Star Trek, qu'il n'y

[89] Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Diagramme_de_Feynman

a, du point de vue formel, presque aucune différence entre voyager plus vite que la lumière et remonter le temps. En effet, si quelqu'un se déplace plus vite que la lumière pour un observateur, alors il remonte le temps pour certains autres observateurs. Comme l'aurait dit mon professeur de physique, les équations le disent.

Les remarques faites ici concernant la perception d'un avion supersonique par une chauve-souris nous montrent que l'observation d'anti-matière pourrait n'être que la conséquence d'une mesure de l'espace et du temps qu'on ne sait faire qu'à l'aide de photons. De même que la chauve-souris ne peut pas correctement percevoir le déplacement d'un objet allant plus vite que la vitesse du son, peut-être n'avons nous juste pas la possibilité de nous faire une image temporelle correcte d'un déplacement supraluminique, du moins pas à l'aide de seuls photons qui, par définition, ne dépassent pas la vitesse de la lumière.

Dans la théorie des mesures incomplètes, on ne peut pas exclure les déplacements de matière à une vitesse supérieure à la vitesse de la lumière. Ils deviennent juste indiscernables de ce que nous appelons « *anti-matière* ». L'anti-matière pourrait n'être que la manifestation déjà connue de ce type de phénomène assez rare. Cela ne résout évidemment en rien les problèmes de causalité associés à tout voyage à rebours dans le temps. C'est aussi une différence importante avec la relativité.

❖

Ce dernier exemple conclut notre vue d'ensemble de la théorie des mesures incomplètes. Nous avons aussi montré que ce nouveau modèle peut donner de certains phénomènes une description extrêmement différente de celle donnée par les diverses théories antérieures.

Dans le chapitre suivant, nous allons résumer tout ce qui distingue cette nouvelle vision du monde de celles que nous avions patiemment construites au cours du vingtième siècle autour de la mécanique quantique et de la relativité.

Au fond, quoi de nouveau ?

C'est l'expérience qui fait le physicien

La notion d'une autorité, dont ils étaient les représentants, comportait à nos yeux, une perspicacité plus grande et un savoir plus humain.

Erich Maria Remarque

Nous avons fait un tour d'horizon rapide de ce que raconte la théorie des mesures incomplètes, bien évidemment sans entrer dans les détails techniques, qui ne sont pas l'objet de ce livre, mais qui sont disponibles par ailleurs pour ceux que cela peut intéresser.

Il est maintenant temps de résumer ce que nous avons vu, et de contraster cette compréhension du fonctionnement de notre univers avec celle que nous donnaient les théories les plus avancées jusqu'à présent, la relativité et la mécanique quantique.

Relativité étendue à toutes les mesures : À la base de la théorie des mesures incomplètes, un nouveau principe de relativité exige que l'on puisse mettre les physiciens d'accord quels que soient les instruments de mesure qu'ils utilisent. Ce principe étend de façon significative le principe de relativité générale d'Einstein, et intègre d'autres principes de relativité plus exotiques, comme le principe de relativité d'échelle.

Ce principe de relativité étendu permet de traiter des cas comme les instruments de mesure défectueux, la buée sur les lunettes ou le physicien qui truque un dé. Il implique de savoir définir ce qu'est une mesure, de pouvoir convertir l'information entre appareils de mesure arbitraires, et en particulier de traiter le cas fréquent où cette conversion n'est pas réversible.

❖

Réalité des seules mesures : La seule réalité dont doit se préoccuper le physicien est le résultat d'une mesure. Le concept de mesure physique est définie précisément par la théorie. Cette définition montre que toutes les mesures ne sont qu'un choix, avant la mesure, parmi les phénomènes physiques disponibles. Elle introduit de façon naturelle la notion d'unité de mesure.

La *connaissance* sur les mesures est représentée par le biais de *probavecteurs*, des vecteurs de nombres naturels, qui peuvent représenter aussi bien ce que les théories antérieures appellent des variables que des équations, et unifient les connaissances théoriques et expérimentales. Il existe une relation simple entre les probavecteurs et diverses procédures ou appareillages usuels, y compris les capteurs de données numériques, les histogrammes ou les nuages de points.

La représentation probavectorielle a de nombreux avantages sur la représentation continue et normalisée comme la fonction d'onde utilisée pour formaliser la mécanique quantique. Elle donne une information sur la précision des probabilités, sur la base du nombre d'expériences. Elle permet aussi de bien représenter l'absence d'expérience, sans faire de présupposition sur les probabilités. Enfin, elle permet de ne faire que des prédictions compatibles avec ce que les appareils de mesure sont capables de produire comme résultats.

❖

Abandon de la continuité : Étant basée sur un modèle mathématique entièrement discret, la théorie des mesures incomplètes utilise les techniques, formalismes et algorithmes développés au vingtième siècle dans le cadre de l'informatique et du traitement du signal.

Elle abandonne du coup totalement le continu, qui n'est plus dans cette théorie qu'une approximation, une simplification valable pour les grands nombres, mais qui n'est jamais strictement valide dans l'univers. On peut bien sûre encore utiliser ces modèles simplifiés, et donc appliquer les équations connues, les anciens théorèmes, voire le calcul infinitésimal, mais uniquement quand les conditions nécessaires à la validité d'une hypothèse continue sont explicitement remplies.

❖

Abandon total du déterminisme : Comme les interprétations les plus communes de la mécanique quantique, et contrairement à la théorie de la relativité, la théorie des mesures incomplètes accepte l'idée que le hasard joue un rôle central en physique. Sur plusieurs plans, elle fournit une description plus précise que la mécanique quantique de ces situations aléatoires.

Mais contrairement à la mécanique quantique, elle ne considère pas que cet indéterminisme est restreint au monde microscopique, ou diffère fondamentalement du hasard habituel. Au contraire, elle affirme qu'on peut aisément construire des dispositifs macroscopiques où le caractère aléatoire est au coeur d'une description correcte de ce qui se passe, comme un lancer de dés, le jeu de pile ou face ou encore le jeu de Bagatelle.

De plus, l'origine du hasard n'a aucune importance dans la modélisation. Autrement dit, il n'est pas utile de chercher à savoir si le comportement d'une pièce de monnaie pourrait être prédit avec plus d'information, dès lors qu'un modèle beaucoup plus simple et surtout beaucoup plus intéressant existe, qui précisément se préoccupe du cas où c'est impossible de prédire.

Dans cette vision délibérément non-déterministe du monde, le macroscopique lui-même devient, au moins dans certaines situations, tout aussi imprévisible que le microscopique quantique.

Enfin, la modélisation du système se fait elle-même à l'aide d'une description elle aussi statistique, alors que la fonction d'onde en mécanique quantique est en générale vue comme exacte et déterminée.

❖

Rôle des observateurs : La connaissance d'un système physique dépend de l'observateur. Les opérations de « *changement de référentiel* » de la théorie de la relativité sont étendues en théorie des mesures incomplètes pour couvrir des cas où la transformation n'est pas réversible, comme les opérations de traitement d'image usuelles qu'effectuent les ordinateurs pour faire tourner ou pour redimensionner une image.

En revanche, contrairement à des interprétations de la mécanique quantique parmi les plus populaires et les plus établies, l'observateur ne joue aucun rôle dans le fonctionnement d'une mesure, et sa conscience encore moins, quoi qu'on entende sous ce terme. Une mesure peut donc tout à fait être réalisée par un appareil aussi simple qu'une lame bimétallique dans un thermostat pour vérifier la température.

❖

L'espace-temps perd son rôle de toile de fond : On doit rejeter l'idée que le temps et l'espace existent en tant que toile de fond des équations de la physique. Le continuum espace-temps, introduit par la théorie de la relativité, est supprimé, au profit de mesures de distance et de durée qui sont toutes discrètes. On observe par ailleurs que toutes ces mesures semblent en pratique dériver de propriétés des photons.

Les mathématiques continues ne sont plus utilisées que comme une approximation valide uniquement pour les grands nombres, et non plus comme une réalité au niveau le plus fondamental de l'univers. Ces modèles continus restent parfaitement utilisables, du moment que les conditions d'approximation sont remplies, en particulier lorsqu'on considère de très grand nombres, comme le nombre de molécules ou d'atomes comptés depuis l'échelle macroscopique.

On peut corréler entre elles diverses mesures de temps et d'espace, exactement comme toutes les autres mesures. Le temps et l'espace perdent alors leur rôle privilégié de toile de fond de toute la physique. On peut du coup écrire des lois de la physique en choisissant d'autres axes que le temps et l'espace. Dans certains cas, on pourra utilement considérer plusieurs systèmes de mesure de temps et d'espace qui sont indépendants les uns des autres.

❖

La relativité d'Einstein comme une approximation : Étant basée sur les mathématiques continues, la théorie de la relativité d'Einstein est vue comme une approximation, dans des conditions où les distances et les durées sont assez grandes pour que les mathématiques utilisées soient justifiées.

Les hypothèses à remplir avaient été explicitement données par Albert Einstein dans ses travaux, et on les a rappelées précédemment dans ce livre. La théorie des mesures incomplètes met par ailleurs en évidence de nombreux cas où ces conditions ne sont pas valides. Cela inclut en particulier des situations fréquentes de perte d'information, qui rendent des changements de référentiel non réversibles contrairement aux équations de la relativité. On a donné comme exemple la perte de résolution avec la distance.

Comme la plupart des modèles physiques depuis Isaac Newton, les théories d'Einstein supposent aussi que l'espace-temps existe en soi, indépendamment de la matière qui s'y trouve. À l'inverse, la théorie des mesures incomplètes propose divers raisonnements qui suggèrent qu'ils ne sont en réalité que la manifestation de propriétés des photons et de leur interaction avec la matière.

❖

La mécanique quantique comme une approximation : De façon encore plus nette que la relativité, la mécanique quantique est basée sur un espace-temps continu qui existe en toile de fond, indépendamment de ce qui s'y trouve. Le temps et l'espace y jouent un rôle encore plus privilégié, ignorant même la présence de matière ou d'énergie contrairement à la relativité.

Ils perdent totalement ce rôle dans la théorie des mesures incomplètes, qui fournit des outils permettant de traiter la physique en l'absence de temps et d'espace, uniquement sur la base de probabilités.

La théorie des mesures incomplètes estime aussi que la représentation continue de l'état d'un système, par exemple par le biais de la fonction d'onde, n'est qu'une approximation, valable uniquement pour de très grands nombres d'expériences. Pour des événements moins nombreux, le décompte individuel des expériences, tel que le permet la représentation probavectorielle, est plus exact, et il fournit une information supplémentaire sur la précision des prévisions.

L'addition de probavecteurs a un sens physique à la fois précis et simple à comprendre. Elle représente juste l'accumulation des connaissances avec l'enchaînement d'expériences. Cela diffère de la linéarité des états en mécanique quantique, qui est un postulat dont le sens profond était jusqu'à présent mal compris.

Interactions avec l'Académie

Comment distinguer le fou du génie ?

Des chercheurs qui cherchent, on en trouve.
Mais des chercheurs qui trouvent, on en cherche.

Charles de Gaulle

J'ai parlé dans un des premiers chapitres de la longue genèse de la théorie des mesures incomplètes, et du caractère finalement nécessaire pour la produire d'une carrière bien remplie, mais non-académique.

Pour être complet, il me faut aussi parler de mes discussions avec le monde de la recherche scientifique, qui ont, à mon grand regret, été globalement assez peu fructueuses, même si c'est pour des raisons en toute honnêteté parfaitement compréhensibles.

Le but de ce dernier chapitre est de répondre à une question que tout lecteur un peu critique devrait se poser : ce parfait inconnu qui affirme avoir résolu un des problèmes centraux de la physique depuis un siècle, pourquoi devrais-je le croire ? Je souhaite aussi partager une expérience qui a d'autant plus de valeur qu'elle vient de quelqu'un d'extérieur au sérail.

La recherche fondamentale souffre, à mon avis, partout dans le monde, de trois problèmes intimement liés : la *spécialisation*, la *professionnalisation* et *l'incommunicabilité*. C'est tout aussi vrai dans mon domaine, l'informatique, que pour la physique et, je pense, la majorité des autres branches de la science.

La *spécialisation* offre une réponse aux limites du cerveau humain face à une science devenue de plus en plus complexe. La solution retenue a été d'encourager les chercheurs à ne s'attaquer qu'à un problème de taille suffisamment réduite pour être bien compris.

En ce qui concerne mon travail en physique, un effet négatif de cette spécialisation a été que, à chaque fois que je discutais avec un spécialiste de la relativité générale, même s'il me disait que de son point de vue, ce que je disais semblait tenir la route, il ne souhaitait pas se prononcer concernant la mécanique quantique. Bien sûr, l'inverse se produisait lorsque je parlais à un spécialiste de mécanique quantique.

La même chose est vraie en informatique, du reste. Les généralistes sont rares. Plus rares encore sont ceux qui sont aussi capables de vraiment débattre de manière approfondie et avec confiance sur des problèmes qui touchent plusieurs disciplines. Une de mes grandes joies dans mon travail est de travailler avec de tels individus.

La *professionnalisation* permet dans une certaine mesure d'évaluer le succès de diverses approches dans un contexte de spécialisation. Sur ce point, les dérives sont très différentes entre l'informatique et la physique.

L'informatique est un peu le royaume de l'argent facile et des effets d'échelle multiplicatifs. La recherche y engloutit des sommes colossales, mais les retours sur investissement le sont tout autant. Il s'ensuit une course aux systèmes visant à verrouiller un marché, que ce soit par le biais de brevets ou de monopoles.

En revanche, du coté de la science fondamentale, et notamment de la physique (mais c'est aussi vrai de la recherche publique en informatique), les chercheurs aujourd'hui sont payés par des institutions comme le CNRS ou les universités. Leur financement, de plus en plus fragmentaire et bureaucratique, est devenu une discipline à part entière. Il s'ensuit une dynamique que je trouve plutôt malsaine de course aux financements, où on doit sans cesse justifier sa recherche auprès de diverses administrations, et par exemple produire des articles justifiant les financements de façon parfois plus quantitative que qualitative.

Le résultat est que l'amour désintéressé de la science a été remplacé, du coté informatique, par l'appât du gain, du coté scientifique par la recherche de budgets. Dans les deux cas, cela décourage et défavorise toute recherche à long terme, au profit de résultats moins risqués et plus faciles à atteindre dans la fenêtre d'un court exercice budgétaire.

L'effet négatif de cette professionnalisation est que toute personne qui n'a pas fait une grande partie de sa carrière dans le monde académique est très facilement considérée non comme un amateur au sens noble du terme, comme pouvaient l'être la plupart des grands penseurs de l'ère préindustrielle, mais plutôt comme un ignare dont on peut rire, supposé a priori incompétent, et n'ayant évidemment rien d'utile à apporter. Dans la sphère anglophone, on utilise volontiers un terme très péjoratif, « *crackpot* ». Il me faut bien reconnaître qu'au moins un article de blog a été écrit à mon sujet où le principal argument était que j'en étais un, non sur la base de mes idées mais sur celle de mon pedigree.

Enfin, l'*incommunicabilité* peut se résumer à une très grande difficulté à distinguer le vrai du faux en sciences. Nous en avons tous fait l'expérience avec la récente crise sanitaire des années 2020-2022, où même des chercheurs parmi les plus reconnus, incluant au moins un prix Nobel et un professeur de renommée mondiale, ont été traînés dans la boue, quand ils n'étaient pas traités comme les derniers des crétins par une presse ignare, mais tellement sûre d'elle.

La spécialisation a empiré les choses. Il est de nos jours presque impossible de distinguer le véritable génie d'un fou incohérent, y compris parmi les spécialistes. Dans le domaine de la physique, des auteurs comme Lee Smolin ont d'ailleurs écrit des livres dont c'est le sujet central[90].

❖

Dans mon propre domaine, cette incommunicabilité a été le point de départ de ce que je considère comme le plus beau compliment professionnel que j'ai jamais

---

[90] *The Trouble with Physics*, Lee Smolin, http://leesmolin.com/the-trouble-with-physics

reçu, en substance (la remarque originale était en anglais) : « *Christophe, en travaillant avec toi, j'ai appris que quand tu sembles être complètement à l'ouest, c'est le moment où il faut que je fasse très attention, parce que tu es en train de courir, dix kilomètres devant moi, et que si je ne pose pas plein de questions pour essayer de comprendre où tu en es, tu vas passer la seconde et me larguer complètement* ».

Ce compliment a d'autant plus de valeur pour moi qu'il est venu d'un ingénieur que je trouve moi-même extraordinairement talentueux. Ainsi, la toute première fois où je lui ai parlé, il a démoli en moins d'un quart d'heure des idées dont j'étais très fier sur la bonne façon de virtualiser le processeur Itanium. Surtout, ce qu'il avait dit souligne bien notre relation réciproque, basée sur une combinaison de confiance et d'admiration : c'était souvent quand on ne comprenait vraiment rien à ce que l'autre était en train de dire qu'un brevet était en train d'émerger.

Un autre de mes amis m'a d'ailleurs posé, beaucoup plus récemment, la question de savoir si j'étais un génie ou un fou, les deux catégories appropriées selon lui pour une personne affirmant avoir unifié la relativité et la mécanique quantique. Je lui ai répondu, en toute honnêteté, que je ne savais pas. Il en a déduit, de façon tout à fait appropriée, que j'étais sûrement dans un état superposé, moitié fou, moitié génie.

Bien sûr, je suppose qu'il est plus facile de se croire génial que de s'admettre fou. Mais la ligne est tellement fine, puisque le génie comme le fou s'opposent à la sagesse collective, l'un à raison, l'autre à tort. J'ai eu à ce sujet une discussion tout à fait passionnante avec Boris Cyrulnik, mais dont je ne suis pas sûr d'être sorti trop ragaillardi. Ce livre pourrait bien être, finalement, une tentative de me rassurer quant à ma santé mentale.

À vrai dire, si je devais choisir une catégorie où me placer, je me qualifierais plutôt de chanceux avec une bonne dose d'obstination. Il est possible, et même en réalité statistiquement probable, que ma théorie ne vaille rien. Pour réduire les risques que ce soit le cas, j'ai essayé de l'ancrer dans le bon sens, et de la rendre aussi vérifiable que je le pouvais, préférant les exemples de la vie courante aux situations inobservables.

Peut-être que cela rend du coup la théorie triviale, et que je ne propose finalement rien de plus qu'un petit outil de bricoleur du dimanche, plutôt qu'une solide théorie de savant. Même à supposer que pour un temps la communauté scientifique accepte mes idées, à long terme, mon approche sera forcément remplacée par quelque chose d'encore mieux dont je n'ai pas plus la moindre idée qu'Albert Einstein ne pouvait imaginer une théorie de l'univers inspirée par l'utilisation de téléphones portables.

Et puis soyons honnêtes, le travail que je viens de vous présenter est loin d'être satisfaisant. Il faudra bien que quelqu'un finisse par inventer l'anti-gravité ou la téléportation. J'ai cherché, je n'ai pas trouvé. Dans mon livre principal sur le sujet, qui est plus de deux fois plus gros que celui-ci et truffé d'équations, de diagrammes et de programmes informatiques, on peut même, à mon grand regret, trouver un argument que j'estime assez fort contre l'anti-gravité. Je dois le dire, cet argument me chagrine beaucoup, et j'espère que quelqu'un saura le tailler en pièces.

❖

Ce qu'il faut retenir, c'est que je suis très conscient du problème auquel font face tous mes interlocuteurs du monde académique. D'une part, ce que je présente dans ce livre sort de leur spécialité à peu près de toutes les façons possibles. En deuxième lieu, je ne suis pas un professionnel de leur domaine, et donc ma crédibilité est plus proche de celle du spécialiste des maquettes en allumettes du *Dîner de cons* que du savant qu'il faudrait prendre au sérieux. Enfin, nous ne parlons pas la même langue, ce qui fait qu'ils ne savent pas si ce que je dis a un sens, ou si c'est juste du charabia sans queue ni tête. Réciproquement, ils peuvent aussi aisément me perdre avec un jargon technique que je le peux avec le mien.

Or leur temps est précieux, autant que peut l'être celui de n'importe qui. Tout comme moi, ils reçoivent des centaines ou des milliers de courriels par jour. Bref, il est normal que beaucoup d'échanges électroniques n'aient rien produit de mieux que des réponses polies, quand la réponse venait.

Le risque principal, de mon point de vue, c'est que ce livre soit un coup d'épée dans l'eau, c'est à dire qu'il ne suscite en fait aucune espèce de réaction, ni positive, ni négative. Ce que j'ai pu publier pour l'instant sur le sujet n'a pas vraiment ému qui que ce soit. Je ne sais pas si c'est que personne n'en a entendu parler, si c'est que ceux qui regardent ça paniquent à l'idée d'avoir à le lire en détail, ou bien s'il s'agit juste du silence poli et gêné de celui qui ne sait pas quoi répondre à quelqu'un qui vient de dire une énorme bêtise.

❖

Néanmoins, je souhaite mentionner avec gratitude les quelques personnes qui ont contribué de façon positive à la théorie présentée ici, même si ça a parfois été de façon involontaire.

Pour commencer, j'ai eu au cours de ces années, quelques rares échanges de courriers électroniques avec des physiciens très renommés et reconnus, comme Claude Cohen-Tannoudji, Brian Josephson ou encore Carlo Rovelli. Je nomme ces trois chercheurs, car bien que très connus (deux d'entre eux ayant reçu un prix Nobel), ils se sont pourtant illustrés par leur parfaite courtoisie et par leur conseils éclairés, même si au final les échanges n'ont pas été si fructueux.

Bien sûr, tout comme dans ma vie professionnelle, tous les échanges n'ont pas été courtois. Beaucoup m'ont juste ignoré, me classant probablement à toute vitesse dans la catégorie fort nombreuse des doux dingues un peu innocents. Certains m'ont écrit des mails parfois très longs pour m'expliquer pourquoi ils n'avaient pas le temps de me répondre. Globalement, une de mes déceptions est que la très vaste majorité des scientifiques qui m'ont répondu semblent avoir ignoré les questions que je leur posais. Quand ils me donnaient un conseil, c'était par exemple d'essayer de publier, ou bien de poser la question à quelqu'un d'autre. C'était très rarement un commentaire sur le fond.

Suivant ces conseils, je tentai en 2007, sans succès, de publier un article intitulé, déjà, *A theory of incomplete measurements*[91], dans lequel j'exposais les premières bases des idées présentées dans ce livre. Il manquait encore beaucoup de choses par rapport à la théorie présentée ici. En particulier, la notion de probavecteur qui n'avait pas encore été inventée. Mais un certain nombre d'idées essentielles étaient déjà là.

Cet article fut refusé partout, soit comme trop long, soit parce que trop philosophique, ou encore ayant un caractère trop spéculatif ou hors sujet pour la revue ciblée.

Malgré ces refus répétés, c'est sans doute l'une des personnes d'un de ces comités de lecture qui m'a, bien involontairement, encouragé à poursuivre. En effet, croyant trouver une contradiction rédhibitoire dans mon raisonnement qui justifiait le refus de publication, il me présenta une énigme qui me fit me creuser les méninges pendant presque une semaine. Lorsque je pus la résoudre, cela s'avéra être en réalité, de façon pour moi stupéfiante, la première découverte faite par un autre que moi juste en appliquant mon formalisme.

Ce que cet anonyme relecteur avait démontré en quelques lignes et en utilisant mes outils, c'est qu'en physique classique, mesurer quelque chose ne change pas ce qu'on mesure. Il avait par ailleurs critiqué une de mes notations comme n'étant pas transitive, ce qui me fit découvrir qu'en réalité, c'était l'égalité en physique

---

[91] Disponible en ligne à l'adresse http://cc3d.free.fr/tim.pdf

qui ne l'était pas. J'en ai parlé dans le chapitre *Physique et Mathématiques*.

En résolvant en quelques lignes ce qu'on appelle le «*problème de la mesure*», une question considérée comme extrêmement difficile dans les cercles spécialisés[92], et en ajoutant un argument terriblement destructeur à mon arsenal anti-équations, il avait, sans le vouloir, démontré la validité, la solidité et surtout le caractère un petit peu révolutionnaire de l'approche que je proposais.

Avec enthousiasme, j'écrivis une réponse demandant si je pouvais soumettre une version modifiée de l'article incluant ce raisonnement tout à fait brillant, et si le relecteur accepterait de cosigner l'article. Cela fut tout de suite refusé, au motif regrettable que les décisions de (non-)publication étaient finales. Quel dommage!

Accessoirement, j'ai conçu à la suite de cet échange particulier une haine tenace de la revue par les pairs *anonyme*. En informatique, la revue par les pairs existe, et elle est absolument essentielle pour un résultat de qualité. Elle peut être très dure, et cela a même conduit des programmeurs brillants comme Linus Torvalds, l'auteur original du noyau Linux, à être remis en cause très publiquement[93]. Mais elle n'est jamais anonyme.

Si on a raison, on a des chances de convaincre un opposant, et ce faisant, de se faire un nom. Si on a tort,

---

92 Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Problème_de_la_mesure_quantique

93 Voir https://www.businessinsider.com/geekess-calls-linus-torvalds-out-for-rants-2013-7

on peut itérer sur son travail autant de fois qu'il le faut, en profitant des retours faits par la communauté. Savoir qui a fait telle ou telle remarque permet d'ailleurs très souvent d'en juger la pertinence. De ce point de vue, j'avoue trouver les méthodes employées pour écrire tout le logiciel libre, et en particulier celui qu'utilisent tous les scientifiques, infiniment plus robustes, et surtout plus efficaces, que celles utilisées pour publier dans une revue scientifique.

❖

A vrai dire, je soupçonne, peut-être injustement, qu'une des raisons principales des refus à répétition de mon article n'était rien de plus que les problèmes que j'ai déjà mentionnés, spécialisation, professionnalisation et incommunicabilité.

Cette idée serait plutôt confirmée par l'expérience des deux autres chercheurs français, Laurent Nottale et Jean-Pierre Petit. Eux non plus n'ont pas exactement suivi le Modèle Standard de la Recherche Scientifique, et on est en droit de penser qu'ils l'ont payé au prix fort. Ils font d'ailleurs partie de cette catégorie de gens que certains prennent pour des génies alors que d'autres les considèrent comme fous.

Les mentionner n'est pas une tactique raisonnable pour améliorer ma crédibilité. Mais il est intéressant d'en parler. Il me faut en effet bien reconnaître que, même si ma propre théorie ne s'inscrit pas du tout dans la continuité ni de l'un ni de l'autre, ils ont eu quelque influence sur les recherches que je présente ici. Il serait incorrect de ne pas les mentionner.

Laurent Nottale est l'auteur de la *théorie de la relativité d'échelle*[94]. Ses travaux m'ont fait prendre conscience de l'importance du fait que la vitesse de la lumière est une constante de la physique qui, contrairement à des constantes mathématiques comme π ou 2, n'est pas sans dimension. La vitesse de la lumière a la dimension d'une vitesse : elle peut se mesurer en mètres par seconde. Une réflexion similaire sur la constante de Planck sert de point de départ à Nottale pour justifier, par analogie, son propre principe de relativité d'échelle.

Avant de lire ses travaux, j'avais totalement raté cet aspect pourtant très intéressant du développement de la relativité restreinte. L'existence dans l'univers d'une constante qui a une dimension est assez inexplicable. Elle suggère une relation cachée entre les grandeurs qui forment l'unité de mesure. En l'occurence, une vitesse relie l'espace et le temps, et donc l'existence de la célérité de la lumière implique que l'espace et le temps sont, d'une certaine façon, de même nature, et qu'ils pourraient être interchangeables.

Nottale tient un raisonnement similaire avec les constantes de Planck, dont ce qu'on appelle le temps et l'échelle de Planck. Il en déduit qu'il doit exister le même type de relations entre les échelles que celles que la relativité restreinte impose aux vitesses. Notamment, il prédit l'existence d'une échelle maximale de l'univers, aussi indépassable que la vitesse de la lumière, et d'une

---

94 https://fr.wikipedia.org/wiki/Relativité_d'échelle

loi de combinaison des échelles similaire à la loi de combinaison des vitesses proposée par Einstein.

Pour être tout à fait honnête, le raisonnement global de Nottale m'a toujours paru obscur, voire légèrement bancal, tout en semblant assez génial. L'intuition de traiter l'échelle de la même façon qu'Einstein traite la vitesse peut se comprendre. Cela dit, on sait mesurer une vitesse, mais je n'ai jamais vraiment compris ce que Nottale entend par «échelle».

Autrement dit, autant la notion relativiste d'état de mouvement me semble bien posée, à la fois d'un point de vue physique (on sait mesurer une vitesse) et d'un point de vue mathématique (la vitesse est une dérivée par rapport au temps), autant « l'état d'échelle » central aux idées de Nottale me semble beaucoup moins clair. A fortiori, les « dérivées par rapport à l'échelle » qui y sont associées. Ça ne veut pas dire que c'est faux, mais que j'ai besoin de mieux comprendre. Cela a longtemps été pour moi une quasi-obsession.

Dans ma propre théorie des mesures incomplète, le choix d'instrument de mesure remplace de fait l'état d'échelle de Nottale. Les changements d'échelle ou de résolution, difficiles à définir proprement pour Nottale, sont remplacés par une réalité physique très concrète, la résolution des instruments. Du coup, le principe de relativité d'échelle, qui exprime « *on peut faire de la physique à n'importe quelle échelle* » se retrouve englobé dans celui, plus général et que je trouve plus facilement compréhensible, de principe de relativité de la mesure, «*on peut faire de la physique avec n'importe quel instrument*».

Enfin, la théorie des mesures incomplètes ne supprime pas seulement hypothèse que l'espace et le temps soient différentiables, comme le faisait la relativité d'échelle, elle élimine aussi l'hypothèse qu'il est continu. On va donc là encore bien au delà de la relativité d'échelle.

Cela me permet d'arriver à des conclusions parfois assez remarquablement similaires à celles de Nottale, notamment en ce qui concerne les changements d'échelle physiques, mais dans un cadre théorique à mon avis beaucoup plus solide et mieux maîtrisé, puisqu'il s'agit des mathématiques discrètes qui sous-tendent tout le traitement de signal de l'électronique moderne, ou encore le traitement d'image des caméras numériques. Ces idées sont donc tout à fait familières à nombre d'informaticiens. C'est beaucoup plus simple que d'inventer comme Nottale des dérivées fractales aux propriétés mathématiques inconnues.

De mon point de vue, il aura peut être manqué à Nottale quelqu'un qui joue pour lui le rôle de David Hilbert pour Albert Einstein, un mathématicien qui soit capable de poser ses intuitions de physicien sur des fondations mathématiquement plus robustes. Faute de cela, Nottale a du inventer lui-même les techniques mathématiques très complexes dont il avait besoin. Il semble que pour beaucoup de gens, le résultat ne soit ni très clair, ni parfaitement cohérent.

Le second de ces chercheurs hors-normes qui méritent d'être cités est Jean-Pierre Petit. Il développe depuis de très nombreuses années un modèle cosmologique qu'il a nommé « *Janus* »[95], parce qu'il est bi-métrique, là où la formulation d'Einstein n'utilise qu'une seule métrique. Le modèle Janus est donc celui d'un univers à deux faces, comme le dieu Janus de la mythologie romaine.

Un des problèmes de ce modèle pour les chercheurs extérieurs est qu'il est en constante évolution, ce le rend à peu près aussi facile à suivre et à comprendre que le code des impôts ou du noyau Linux. À chaque fois qu'une objection sérieuse est levée par un autre chercheur, Jean-Pierre Petit semble souvent répondre « *oui, mais ça c'était avant, j'ai corrigé depuis* », y compris lorsque son interlocuteur a pris soin de préciser qu'il fait référence à des travaux anciens[96].

C'est évidemment tout à fait louable de corriger ses erreurs, mais cela ne facilite pas le travail de ceux qui cherchent à comprendre où cette nouvelle théorie en est à un instant donné. Là encore, un système de suivi similaire à ce qu'on utilise en informatique pour garder trace des ajouts, modifications et remarques des uns et des autres faciliterait grandement les choses…

L'intuition fondamentale du modèle Janus revient à explorer l'effet de masses ou d'énergies négatives dans le cadre de la relativité générale. Cela semble être une question valide, surtout si cela permet de se débarrasser d'hypothèses qui me paraissent totalement ad-hoc comme semblent l'être la matière noire ou l'énergie sombre. Cela dit, comme le fait remarquer Marc

---

95 http://jp-petit.org/science/Le_Modele_Cosmologique_Janus.pdf

96 Voir par exemple https://youtu.be/Vl541wUXsSs

Lachièze-Rey[97], un grand spécialiste de la discipline, il est difficile de construire autour de cette simple idée une théorie qui s'intègre harmonieusement avec tout le reste de la physique. Je pense pour l'instant que les travaux dans ce domaine sont loin d'être aussi avancés que Jean-Pierre Petit veut le croire.

Quoi qu'il en soit, celui que beaucoup appellent JPP reste un pédagogue hors norme, en particulier dans le domaine de la géométrie. Il arrive à faire comprendre certaines notions complexes de la relativité générale juste en découpant et en pliant des feuilles de papier, ce qui est absolument admirable, quoi qu'on puisse penser du modèle Janus. Les bandes dessinées qu'il a réalisées pour expliquer divers aspects de la physique sont elles aussi un véritable modèle du genre.

C'est donc surtout dans le domaine de la topologie et des propriétés des espaces courbes que Jean-Pierre Petit a pu influencer un peu la théorie présentée dans ce livre. Je reste aussi véritablement fasciné par l'idée qu'on puisse prendre au sérieux la notion de masse négative, et très curieux de voir où cela peut mener.

Cela étant dit, j'ai rapidement évoqué le fait qu'une des propositions les plus spéculatives de la théorie des mesures incomplètes est la construction d'une courbure discrète, une sorte de «*quantum de courbure*». Il se trouve que cette construction, purement géométrique, qui tente de fournir une explication plausible sur l'origine de la masse, semble exclure la possibilité de produire des masses négatives pour des raisons géométriques.

---

97 *Ibid.*

De mon point de vue, il s'agit cependant d'une de mes idées les moins robustes, et je n'en ai d'ailleurs pas vraiment parlé dans ces pages. Je serais presque heureux qu'on prouve que la démonstration est fausse, si cela pouvait expliquer comment construire ou détecter une masse négative en pratique.

Au final, les relations entre Jean-Pierre Petit et le reste de la communauté scientifique ne semblent pas aussi bonne qu'elles pourraient l'être. À titre personnel, il n'a malheureusement pas vraiment répondu à de nombreuses questions que j'avais sur son modèle, même s'il a le plus souvent pris le temps de répondre aux divers courriels que je lui ai envoyés.

❖

Enfin, je ne peux pas parler de mes relations avec le monde scientifique sans mentionner l'association *Art-Science-Pensée*[98] créée par le docteur Paul Charbit, qui organise chaque année un colloque à Mouans-Sartoux rassemblant un nombre assez fascinant de penseurs, de chercheurs, et d'artistes, dans un très grand nombre de domaines différents. J'y ai fait, avec le plus grand plaisir, des rencontres tout à fait extraordinaires !

Cette association m'a confirmé quelque chose qui m'est tout à fait connu dans mon propre domaine : rien ne remplace les relations humaines, et surtout pas les courriels ou autres échanges informatiques. Autant mes échanges écrits avec des personnes que je n'avais pas rencontrées auparavant ont, de manière assez générale,

---

[98] Voir https://art-science-pensee.org

tourné court assez vite, autant les discussions parfois passionnées autour d'une bonne table ont toujours été très enrichissantes, et ont parfois conduit au fil du temps à de très belles relations d'amitié.

Avec l'amitié naît la confiance. Avec la confiance naît l'intérêt pour les idées de l'autre, qui se transforme en encouragements ou en discussions aussi animées que constructives. Plusieurs membre de l'association m'ont beaucoup apporté, que ce soit par leur enseignement, la qualité de leurs conférences, leurs diverses approches de la pédagogie, ou simplement par leurs petits mots d'encouragement. Je dois en particulier remercier tout spécialement Alice Guyon, sans qui je n'aurais sans doute jamais été jusqu'au bout de ma démarche, ni osé publier. Elle m'a poussé à mettre par écrit les détails de ma théorie, et cela m'a permis de beaucoup l'affiner.

Il y en a beaucoup d'autres que j'aimerais citer, mais ce serait juste faire une liste de gens extraordinairement brillants, ce que les américains appellent du doux nom de « *name dropping* ». La liste des intervenants réguliers du Colloque de Mouans-Sartoux est de toutes façons publique. J'espère juste qu'ils se souviennent de toutes nos interactions avec autant de plaisir que moi-même. Qu'ils sachent que je les en remercie.

❖

En conclusion, la communauté scientifique offre à un dilettante comme moi de nombreuses opportunités de discussion, mais bien peu se sont avérées réellement productives. En regardant en arrière, il y a au moins une personne que j'aimerais pouvoir remercier pour ce qu'elle m'a fait découvrir, sans que je puisse lui donner le crédit qu'elle mérite faute de savoir qui c'est... Je ne peux qu'espérer qu'elle se reconnaîtra un jour, et que je pourrai alors le ou la remercier plus directement qu'en lançant une bouteille à la mer publique.

Pour finir, espérons que ce livre de vulgarisation permettra d'ouvrir la porte à une discussion plus large des divers concepts qui me fascinent depuis des années. La science est une remise en question permanente qui exige des échanges, des débats, et osons le dire, de vrais ruptures qui commencent souvent par un désaccord.

Continuons à avancer ensemble, à la grâce de Dieu...

Table des Matières

Réunifions la physique!

À propos de l'Auteur

Christophe de Dinechin est ingénieur en informatique. Il a créé pendant ses études un jeu vidéo cité au Livre des Records, et il a inventé des technologies que vous utilisez sans doute tous les jours sans le savoir. Il est l'auteur d'un douzaine de brevets et de plusieurs livres.

En parallèle, ce père de quatre enfants a toujours été passionné de physique théorique. En s'appuyant à la fois sur les écrits des plus grands chercheurs et sur son expérience professionnelle riche et variée, il a passé plus de trente ans à développer, idée après idée, une théorie pixelisée de l'univers, inspirée des jeux vidéos et des téléphones portables. Il est assez fou pour croire que cela permet d'unifier les deux grandes approches de la physique du vingtième siècle, la relativité générale et la mécanique quantique.

Ce sont ces travaux qu'il présente dans ce petit ouvrage, d'une façon qu'il espère abordable par le grand public.

À vous d'en juger.